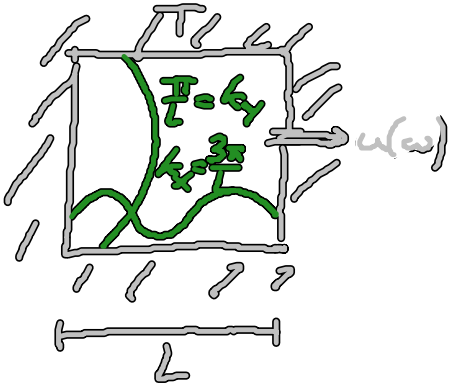


2. Das Versagen der klassischen Physik & Welle-Teilchen-Dualismus

a) Hohlraumstrahlung:



stehende Lichtwellen

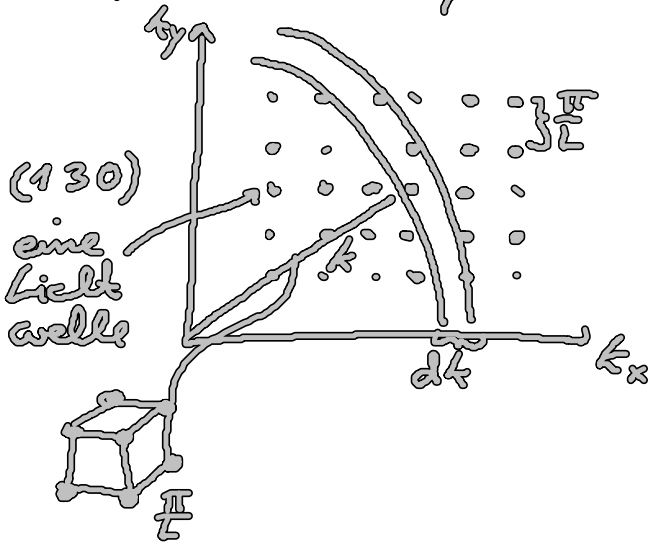
(1) Wellenvektor $\underline{k} = \frac{\pi}{L}(n_x, n_y, n_z)$,

(2) spektrale Energiedichte $u(\omega)$ $n_i = 1, 2, \dots$

sudem: $u(\omega) L^3 d\omega$

• klass. Berechnung: $u(\omega) L^3 d\omega = N \text{ in } [\omega, \omega + d\omega] \times \text{mittlere Energie}$
(1) (2)

(1) mit $\omega = c k$, $N \text{ in } [k, k + dk]$ $k \gg \frac{\pi}{L}$



$N = \frac{\sqrt{\frac{4}{3}} \text{ Vol. Kugelschale}}{k \leftarrow \text{Raum-} \text{Vol. pro Zustand}} \times \frac{2}{2} \text{ Lichtpol.}$

$$= \frac{2}{8} \frac{4\pi k^2 dk}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^3}$$

$$\xrightarrow{k = \frac{\omega}{c}} N = \frac{L^3}{\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega$$

(2) Gleichverteilungssatz der stat. Mechanik

Im kanonischen Gleichgewicht besitzt jeder thermodynam. Freiheitsgrad eine mittlere Energie $\frac{k_B T}{2}$
[$k_B T$... thermische Energie]

(2.3)

$k_B = 1,3806 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$... Boltzmann-Konstante

also: $u(\omega) L^3 d\omega = N \cdot \frac{4\pi T}{2} \cdot 2$ ← Lichtquelle: E & B - Feld

$$u(\omega) d\omega = \frac{4\pi T}{\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega \quad (2.4)$$

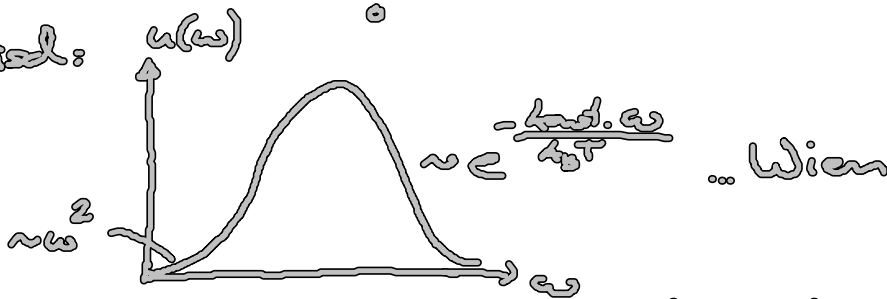
... Rayleigh-Jeans-Formel

$u(\omega, c, T)$.. durch gemittelte Überlagerung der stat. Mech. gewonnen

Problem: "Ultraviolett-Katastrophe": $u(\omega) \rightarrow \infty$ für $\omega \rightarrow \infty$

$$\int_0^{\infty} u(\omega) d\omega = \infty \quad \leftarrow$$

• empirisch:



• Planck: Anpassung durch Plancksche Strahlungsverteilung (1900):

$$u(\omega) = \frac{h}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{h\omega/kT} - 1} \quad (2.5)$$

mit

$$h = 6,61 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad \left. \begin{array}{l} \dots \text{ Plancksches Wirk-} \\ \text{quantum} \end{array} \right\}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

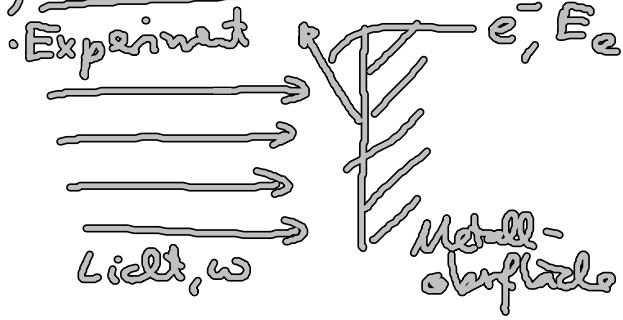
dann: Ableitung von (2.5) durch Planck mit Quantenhypothese:

in Gegen- $\left\{ \begin{array}{l} \text{satz zur} \\ \text{klass.} \\ \text{Vorstellung!} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{Wandnahme = Oszillatoren mit diskrete Energieniveaus:} \\ E_n = n h \omega = n h \nu \quad (2.6) \quad n = 0, 1, 2, \dots \\ \rightarrow \text{Absorption / Emission von Strahlung in Quanten } h\nu \end{array} \right.$

• Planck: ungewollter Initiator der QT

• "Geburtsstunde" der QT

b) Photoelektr. Effekt



exp. Befund:

Kinetische Energie des e^-

$$E_e = \frac{m_e v^2}{2} = h\nu - W \quad (2.7)$$

(0) h tritt auf

(i) " $E_e \sim \omega$ "

(ii) $\omega \dots$ Austrittsarbeit

(iii) $\omega < \frac{W}{h} \rightarrow$ keine emittiert e^-

(iv) $E_e \neq f(\text{Intensität})$

• Deutung:

Einstein (1905): Licht besteht aus Photonen (Energiequanten)

Energie: $h\nu$

Impuls: $p = h\underline{k}$

(ω, \underline{k})
Welle

(E, \underline{p})
Teilchen

(2.8)

$\rightarrow e^-$ tritt aus, weil Photon beim Stoß Energie an e^- abgibt!

• Motivation von $p = h\underline{k}$

Photonen: $v=c$, damit $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, $p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ endlich
(had relativ. Teilchen) $\rightarrow m=0$

(1.3) \rightarrow $E = pc \stackrel{!}{=} h\nu = hck$

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

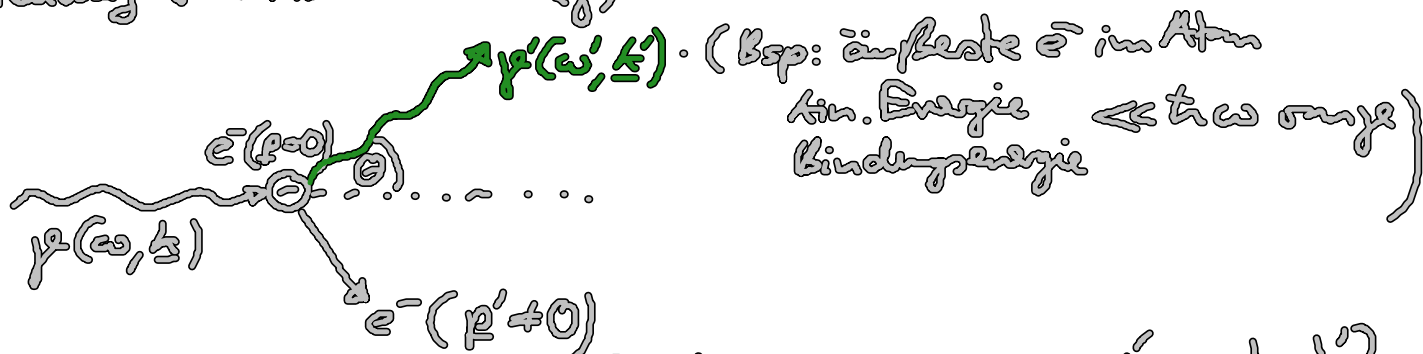
$\rightarrow p = h\underline{k} \stackrel{\text{Similitud.}}{\text{und}} p \parallel \underline{k} \quad \text{gel}$

• Viererimpuls Photon:

$$p^\mu \text{ mit } \begin{pmatrix} E/c \\ \underline{p} \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} k - \frac{\omega}{c} \\ \underline{k} \end{pmatrix}$$

c) Compton-Effekt (1925)

Streuung von Röntgenstrahlen (γ) an "inhalten" e^-



• Klassisch: Licht regt e^- zum Schwingen an $\rightarrow \omega = \omega' \rightarrow \lambda = \lambda'$

Experiment: $\omega' < \omega \rightarrow \lambda' > \lambda$

Deutung: Photon wird beim Stoß mit e^- gestreut
Abgabe von Energie an $e^- \rightarrow h\omega' < h\omega$

verwendet:

Impulserhaltung,
Energie " (relativistisch)

$$\lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

mit $\lambda_c = \frac{h}{m_e c} \dots$ Compton-
wellenlänge
des e^-

... experimentell bestätigt

• Zahlen: $\lambda_c(e^-) = 2.4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ [$m_e = 0,51 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$]

$\lambda(\gamma) \approx 10^{-10} \text{ m} = 1 \text{ \AA}$

$$\rightarrow \left(\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} \right)_{\text{max}} = 2 \frac{\lambda_c}{\lambda} \approx 0.04!$$

[d] weitreklass. Wellen mit Teilchen eigenschaft:

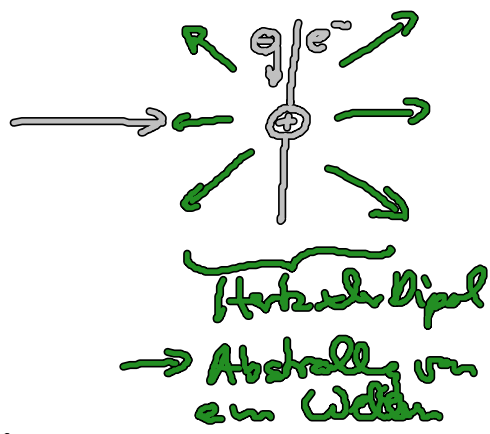
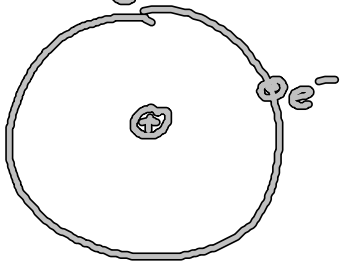
Gitterschwingung im Kristall $(\omega, \underline{k}) \leftrightarrow$ Phononen
 $E = \hbar\omega, \underline{p} = \hbar\underline{k}$

Anwendung: spezifische Wärme von Festkörpern

2.2. Klassisches Teilchen als Welle

a) e^- im Atom \neq klass. Teilchen

• Rutherford'sches Atommodell (1911)



• Experiment: diskrete Emissions- & Absorptionslinien

Bsp: H-Atom: wellgenutzte Balmer-Formel

$$h\nu = R_y \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (2.9)$$

$n, m = 1, 2, \dots$

$R_y \approx 13,55 \text{ eV} \dots$ Rydberg Konstante

→ Bohr'sches Atommodell (1913)

(i) Bohr'sche Quantisierungsbedingung:
Nur diskrete Kreisbahnen erlaubt, festgelegt durch diskrete Wirkung

$$\oint p \, dq = n h \quad (2.10), n = 1, 2, \dots$$

(2.11)

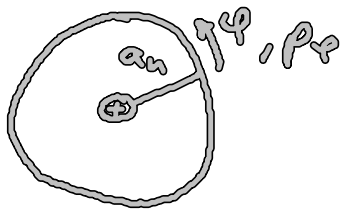
(ii) Bahnen sind stabil

(iii) Spektrum (2.9): $h\nu = E_m - E_n$

$E_m, E_n \dots$ diskrete Energieniveaus

Berechnung der diskreten Energieniveaus E_n aus (2.10)

Kreisbahn:



$$\left. \begin{array}{l} q = \varphi \\ p_{\varphi} = m_e a_n v_n \end{array} \right\} \xrightarrow{(2.10)} m_e a_n v_n = \frac{h h}{2\pi}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Zentripetal} = \text{Coulombkraft} \\ \frac{m_e v_n^2}{a_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{a_n^2} \end{array} \right\} \text{eliminiere } v_n$$

$$\rightarrow \boxed{a_n = \frac{h^2 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} \frac{1}{n^2}} \quad (2.12)$$