XI Nichtlineare Optik

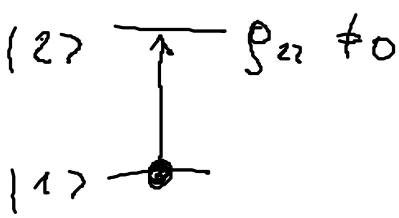
Optik: Dynamik der Dipoldichte P und der Interferenz der von ihr erzeugten Strahlung mit dem einfallenden Feld E.

P proportional zu E $\rightarrow$ „lineare Optik"

P proportional zu E^n $(n>1)$ oder komplizierter

$\rightarrow$ „nichtlineare Optik"

nichtlineare Optik entsteht durch $\rho_{ii} \neq 0$

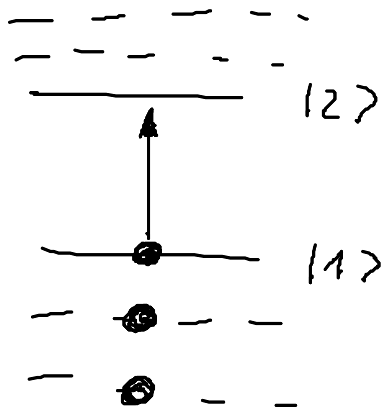


Besetzungswahrscheinlichkeit $\rho_{22} \neq 0$

typischerweise $\rho_{22} \sim E^2, E^4, E\int^t dt' E(t')$

typisch Modellsystem f. Atom / Moleküle

viele Niveaus (N)



greifen nur 2 Niveaus heraus, die „einigermaßen" resonant wechselwirken

<u>Zweiniveaugleichung:</u>

$$\dot{\rho}_{12} = i\omega_{12}\rho_{12} - i(\Omega_{12}^*\rho_{22} - \Omega_{21}\rho_{11})$$

$$\dot{\rho}_{11} = -i(\Omega_{12}^*\rho_{21} - \Omega_{12}\rho_{12})$$

$$\dot{\rho}_{22} = -i(\Omega_{21}^*\rho_{12} - \Omega_{21}\rho_{21})$$

$\rho_{12} \sim$ ÜWA $\rightarrow$ bestimmt Dipoldichte $P \sim \rho_{12}$

wird getrieben durch Feld E $\quad \Omega_{12} = \Omega_{21} = \frac{dE(t)}{\hbar}$

$(d_{12} = d_{21} = d)$

ρ_{22}, ρ_{11} Besetzungswahrscheinlichkeit in $|1\rangle$, bzw $|2\rangle$

Anfangszustand $t = -\infty$ bevor Feld angeschaltet

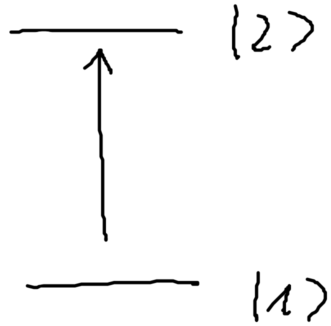
$\rho_{11} = 1$, $\rho_{22} = 0$ (El ist unten)

$$\dot{\rho}_{11} + \dot{\rho}_{22} = 0 \quad , \text{ oder } \rho_{11} + \rho_{22} = 1$$

1. Klassifizierg. und Störungstheorie von Nichtlinearitäten

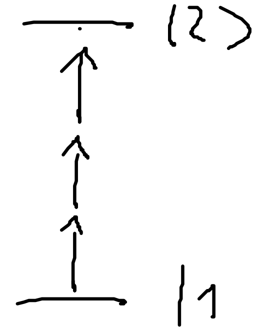
verschiede Formen:

a)



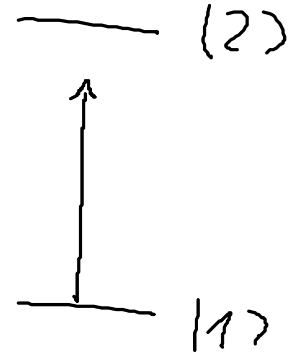
1 Photon $\omega_L = \omega_{21}$
resonant

b)



mehrere Photon
resonant absorbiere
$3\omega_L = \omega_{21}$

c)



Kerr-Nichtlinearität
Faseroptik
$\omega_L \ll \omega_{21}$

ρ_{12} Gleichg. behandeln; formal lösen:

$$\rho_{12}(t) = -i \int_{-\infty}^{t} dt' \, e^{i\omega_{12}(t-t')} \, \Omega(t') \, \left(\underline{\underline{\rho_{22}(t')}} - \underline{\underline{\rho_{11}(t')}}\right)$$

ohne Index
($d_{12} = d_{21} = d$)

Störungstheorie: nach Ordng. in Feld E^n (Potenzen)

1. Ordng.: Ω^1, $\rho_{22} = 0$, $\rho_{11} = 1$

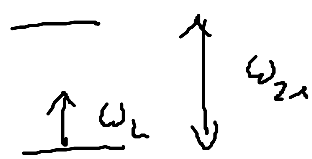
gilt linear Optik

man erkennt $P(t) \sim \int dt'\, E(t')$

Gedächtniseffekt, soll weggenähert werden

$$\rho_{12}^{(1)}(t) \overset{\swarrow \text{ im E Feld}}{} = i \int_0^\infty ds\, e^{i\omega_{12} s}\, \Omega(t-s) \qquad (s = t - t')$$

Annahme: nichtresonante NL:



$$\partial_t \Omega \sim \omega_L \Omega \ll \omega_{21} \Omega$$

$$\rho_{12}^{(1)}\underline{\underline{(t)}} = i \int_0^\infty ds\, e^{i\omega_{12} s} \sum_{n=0}^\infty \partial_t^n \Omega(t) (-s)^n \frac{1}{n!}$$

$$= \underbrace{i \int_0^\infty ds\, e^{i\omega_{12} s}\, \underline{\underline{\Omega(t)}}}_{n=0} - \underbrace{i \int_0^\infty ds\, e^{i\omega_{12} s}\, s\, \underline{\underline{\partial_t \Omega(t)}}}_{n=1} \dots$$

Damit wird der Gedächtniseffekt gelöscht

führen formal ein Dämpfung ein

$$\dot{\rho}_{12} = (i\omega_{12} - \underline{\underline{\gamma}})\rho_{12}$$

$$= \frac{-i}{i\omega_{12} - \cancel{\gamma}}\, \Omega(t) + i\,\frac{\partial_t \Omega(t)}{\omega_{12}^2} + \dots$$

$\omega_{12} \gg \gamma$

$\gamma \to 0$ nicht relevant

geordnet nach $\frac{\omega_L}{\omega_{12}}$, also okay

Zweite Ordnung Störungstheorie

$$\dot{\rho}_{22}^{(2)} = -i\,\Omega\left(\rho_{12}^{(1)} - \rho_{21}^{(1)}\right)$$

geht offensichtlich mit 2. Ordnung in Ω

$$\dot{\rho}_{22}^{(2)} = -i\,\Omega\; 2i\,\frac{\partial_t \Omega}{\omega_{12}^2} = \partial_t\left(\frac{\Omega^2}{\omega_{12}^2}\right)$$

$$\underbrace{\rho_{22}^{(2)} = \frac{\Omega^2}{\omega_{12}^2}}_{\text{obere Besetzungszahl erzeugt}}, \quad \rho_{11}^{(2)} = 1 - \frac{\Omega^2}{\omega_{12}^2}$$

diese Terme müssen in ρ_{12} eingesetzt werden, denn wir brauchen die Dipoldichte um Optik zu beschreiben:

nichtlineare

Optik $\sim \Omega^3$

$$\dot{\rho}_{12}^{(3)} = i\omega_{12}\rho_{12} + i\Omega\left(1 - 2\frac{\Omega^2}{\omega_{12}^2}\right)$$

linear Optik

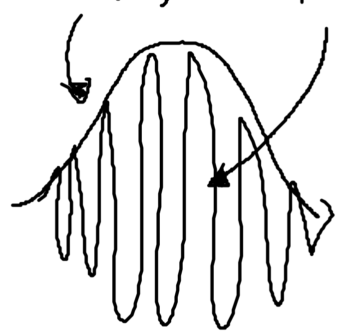
nur nichtlinearen Term

$$\rho_{12}^{(3)} = i\int_0^\infty ds\, e^{i\omega_{12}s}\left(-2\frac{\Omega^3(t-s)}{\omega_{12}^2}\right)$$

wird später wieder gelöscht (Gedächtnis)

Ω^3 enthält viele Terme:

$$\Omega = \frac{d\,E(t)}{\hbar} \sim \tilde{E}(t)\cos(\omega_L t)$$



Lichtpuls

$$\Omega^3 = \frac{\tilde{\Omega}^3(t)}{8}\left(e^{i\omega_L t} + e^{-i\omega_L t}\right)^3$$

$$\sim e^{i3\omega_L t} + e^{-i3\omega_L t} + 3e^{i\omega_L t} + 3e^{-i\omega_L t}$$

$\longrightarrow$ man hat ρ_{12} (P) getrieben durch $1\times\omega_L$ aber auch $3\times\omega_L$

↙ Kernnichtlinearität

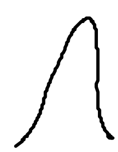
→ 3. Harmonische und 3 Photonabsorption

2. Kerrnichtlinearität

wichtig in Glasfasern, Solitone  =
Pulse die forminvariant sind aus
Kombination von $n_{lin}(\omega)$ und Kerr NL

$$\rho_{12}^{(3)}(t) = -2i \int_0^\infty ds\, e^{i\omega_L s} \frac{\Omega^3(t-\cancel{s})}{\omega_{12}^2}$$

Kerr $e^{\pm i\omega_L t}$



$$\Omega^3(t) \to \frac{3}{4}\tilde{\Omega}^3(t)\cos(\omega_L t) = \frac{3}{4}\tilde{\Omega}^2(t)\,\Omega(t)$$

$$\rho_{12}^{(3)} = \frac{3}{2}\tilde{\Omega}^2 \frac{\Omega(t)}{\omega_{12}^3}$$

Quelle in den Maxwellgleichungen $\sim P$ aus ∂_t^2 rausgezogen

$$\Box E = \mu_0 \partial_t^2 P = \mu_0 \alpha \tilde{E}^2(t)\, \partial_t^2 E(t)$$

Vorfaktor
n_0, d, ω_{12}^3

$$\left\{\partial_z^2 - \left(\frac{1}{c^2} - \mu_0 \alpha \, \tilde{E}^2(z,t)\right)\partial_t^2\right\} E(z,t) = 0$$

$$\left\{\partial_z^2 - \frac{1}{c^2}\underbrace{\left(1 - \frac{\alpha}{\varepsilon_0}\tilde{E}^2\right)}_{\text{Brechzahl}^2}\partial_t^2\right\} E(z,t) = 0$$

$\alpha \sim \frac{1}{\omega_{12}} < 0$

— 2

— 1

$\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2$

Die Brechzahl hängt quadratisch von $\tilde{E}$, also von der Intensität ab!

$\tilde{E}^2$

$$n^2 = (1+\varepsilon)^2 \approx 1 + 2\underline{\underline{\varepsilon}}$$

Je höher die Intensität, desto höher n $\quad \tilde{E}^2 = I$

$(n \sim n_2 I)$

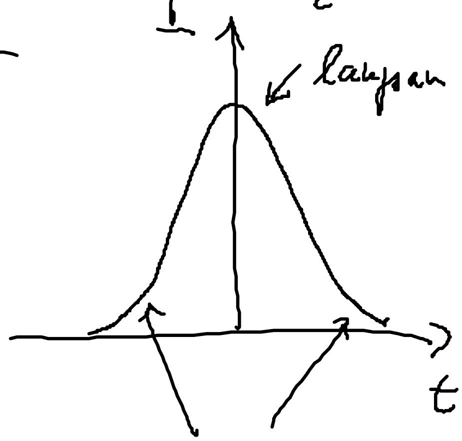
a) Selbstphasenmodulation

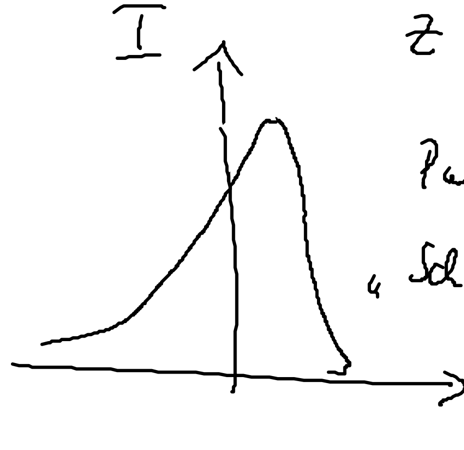
Feld moduliert die eigene Phase

$$E(z,t) = f\left(n\frac{\omega_L}{c}z - \omega_L t\right) \quad = \text{Kerreffekt}$$

$$= f\left(n_0\frac{\omega_L}{c}z + n_2\frac{\omega_L}{c}Iz - \omega_L t\right)$$

Folge





Pulsverformung
„Schockwelle“

Asymmetrie d. verschiedenen Geschwindigkeiten

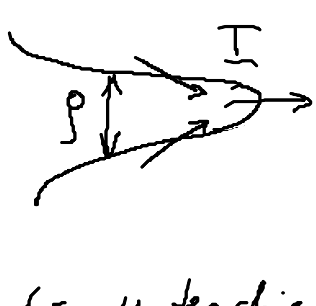
der mittlere Zeitabschnitt verschiebt sich zu größeren Zeiten, die anderen zu kürzeren Zeiten → Asymmetrie

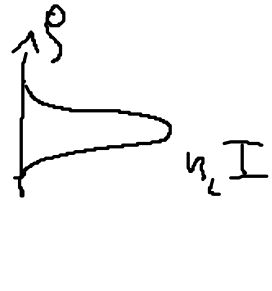
wird in Fasern kompensiert durch $n(\omega)$

linear

b) Selbstfokussierung

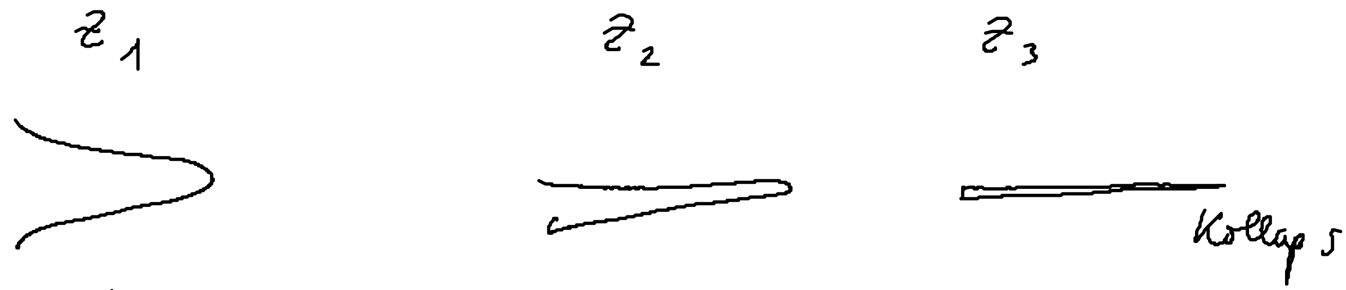
Gaußstrahl





wegen der unterschiedlichen Brechzahl (ρ) kommt es zur

Bewegg. d. Strahlen in die Richtg. der größeren Brechzahl ($\rightarrow$) aufgrund der Eikonalgleichg.



Selbstfokussierung durch die selbst induzierte Brechzahländerg.

3. Höhere Harmonische

nur Beiträge $e^{\pm i 3 \omega_L t}$ an Ω^3 in $\rho_{12}^{(3)}$

$$\Omega^3(t) = \frac{1}{4} \tilde{\Omega}^3(t) \cos(3\omega_L t)$$

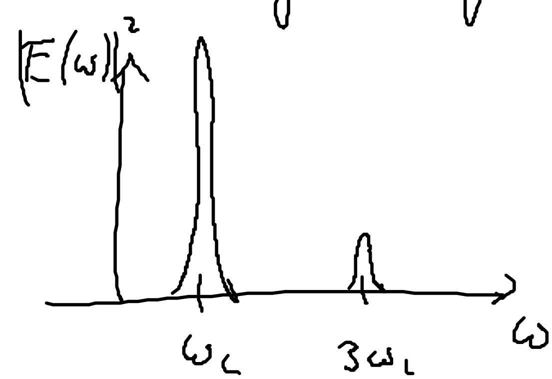
$$\rightarrow \rho_{12}^{(3)}(t) = \frac{1}{2} \frac{\tilde{\Omega}^3(t)}{\omega_{12}^2} \underbrace{\cos(3\omega_L t)}$$

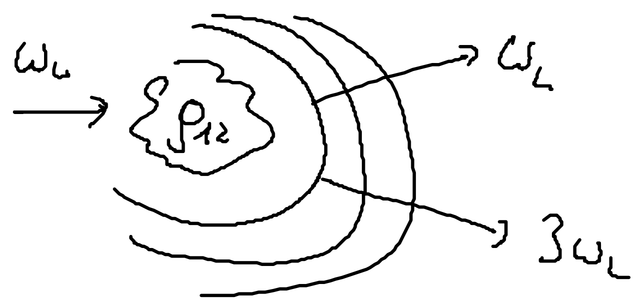
Die Dipoldichte schwingt mit einer Frequenz die 3× der eingestrahlte Frequenz ω_L entspricht.

$$P_{3\,\text{Harmonisch}} = \beta\, \tilde{E}^3(t)\cos(3\omega_L t)$$

Vorfaktor

Die Oszillation dieses Dipols erzeugt im Fernfeld über die retardierten Potentiale der Maxwellgleichungen ein E-Feld bei $3\omega_L$.





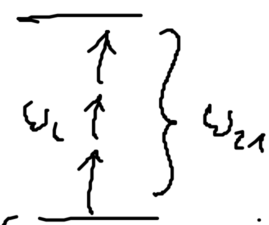
Umwandlung von ω_L in höhere ganzzahlige Vielfache wird Erzeugg. v. höheren harmonischen genannt

$\longrightarrow$ z.B. Erzeugg. von Röntgenpulsen

4. Multiphotonabsorption

$$\rho_{12}^3(t) = -2i\int_0^\infty ds\, e^{i\omega_{12}s}\,\frac{\Omega^3(t-s)}{\omega_{12}^2}$$

wir behalten alle Anteile $|\omega_{12}| \cong 3\omega_L$



$$\rho_{12}^{3}(t) = -2i\,\frac{1}{8\,\omega_{12}^{2}} \int_0^{\infty} ds \left(e^{3i\omega_L(t-s)} + \underbrace{e^{-3i\omega_L(t-s)}\Big)\, e^{i\omega_{12} s}}_{\approx 1}\,\tilde{\Omega}^{3}(t-s)\right.$$

Gedächtnislos

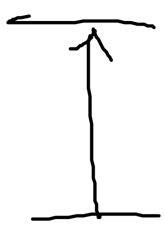
$$\rho_{12}^{3}(t) = i\,\frac{1}{4\,\omega_{12}^{2}\,\gamma}\,\tilde{\Omega}^{3}(t)\, e^{-3i\omega_L t}$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{\rho}_{22}^{(4)} \longrightarrow \dot{\rho}_{12}^{(5)} \longrightarrow \rho_{12}^{(5)} = -i\,\frac{\tilde{\Omega}^{5}}{2\,\omega_{12}^{2}\,\gamma^{3}}\, e^{-i\omega_L t}$$

Lambert-Beer
f. 1Photon

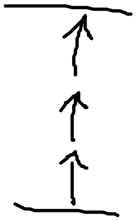
$$\frac{\partial}{\partial z} I(z) = -\alpha_{1P}\, I(z)$$



Absorption d.
3 Photonen

$$\frac{\partial}{\partial z} I(z) = -\alpha_{3P}\, I^{3}(z)$$

(n)



$$I = \frac{I_0}{\sqrt{1 + 2\alpha_{3p} I_0^2 z}} \sim \frac{1}{\sqrt{z}}$$

man erhält für n-Photonabsorption ein anderes Potenzgesetz, typischerweise wird zu Beginn der Probe der Puls schneller absorbiert.