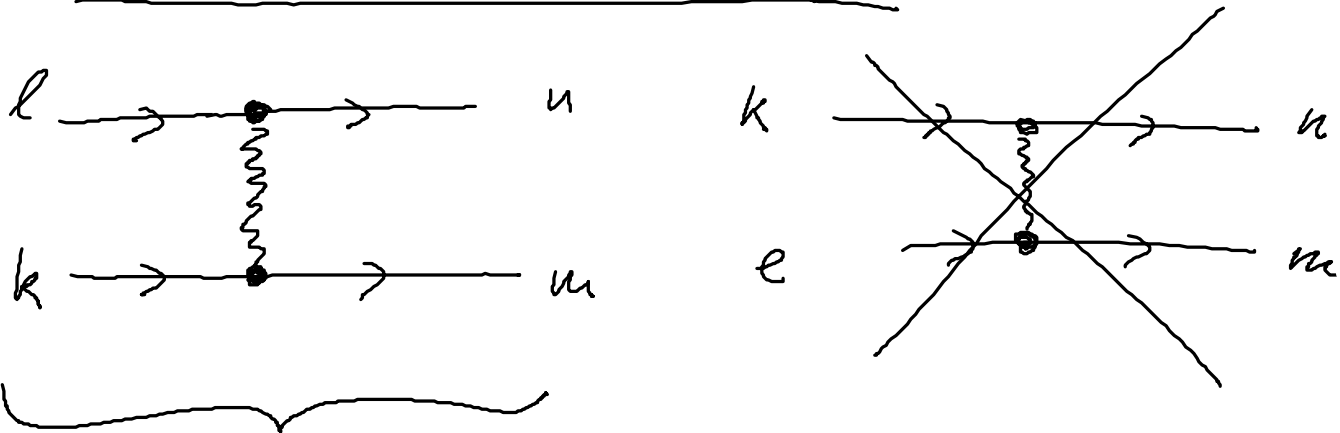


# Notation für die Wechselwirkung

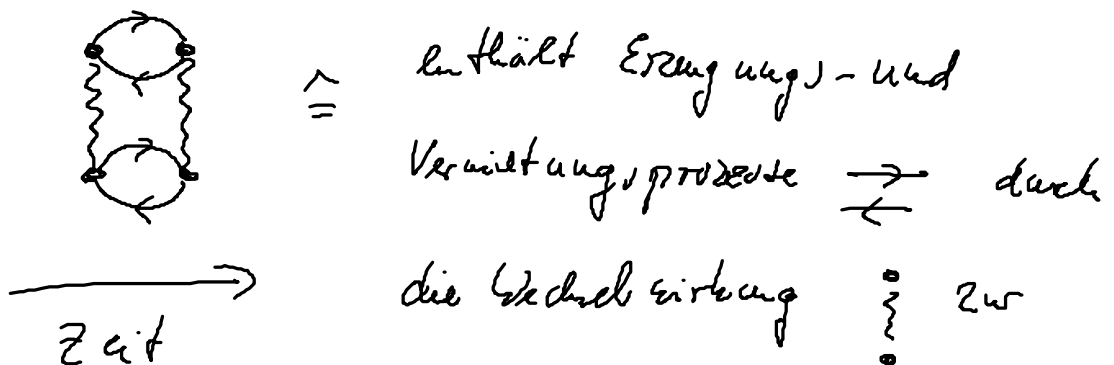


entspricht gängiger Literatur, wenn

$$V = \frac{1}{2} \sum_{u, m, e, k} V_{umek} a_u^\dagger a_m^\dagger a_k a_e$$

wird ab jetzt genutzt, sonst andere Diagrammregeln


Erinnerung : Konnte Eigenschaften von wechselwirkenden Systemen (Zustandsraum, etc.) mittels Diagrammen schreiben, Bsp.:



# Zurück auf Zeitdreh

## Idee:

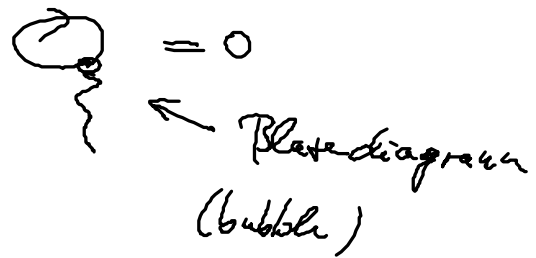
- Rechnen und Interpretation wichtigste Diagramme  
ausfindig zu machen und zurück zu übersetzen
- man kann auch mit Diagrammen rechnen

- wichtige Diagramme: dichte Elektronengas  $\rightarrow$   Ringdiagramm

bedeutete Elektronengas:  Leiterdiagramm

- unwichtige Diagramme:

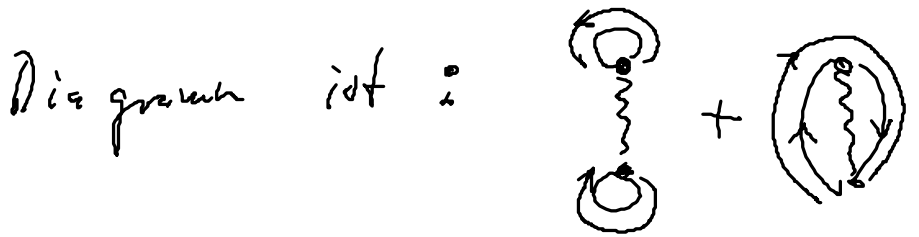
Zellularenmodell



## Übersetzungsregel v. Diagrammen in Formeln:

- 1) über alle inneren Vertizes ( $u_i, e_i, t_i$ ) wird summiert  
( $\sum$  hinschreiben); über alle Zeitpunkte  $t_i$  wird  
integriert ( $\int dt_1 \dots \int dt_n$ ).

2) jeder Diagramm bekommt Vorzeichen  $(-1)^l$ , wobei  $l$  die Anzahl geschlossener Fermion-Schleifen im



$l=2$        $l=1$

3) Vorzeichen  $\frac{1}{4!}$  hinschreiben und weiter

(Vorzeichen)<sup>u</sup> die aus der WW kommen aufschreiben:

Bsp:  $\Delta E \sim \langle T e^{-\int d\beta' V(\beta')} \rangle \Rightarrow \cdot (-1)^u$

↑  
Vorzeichen in WW

Coulomb-WW  $\frac{1}{2} \sum_{n,m} V_{nm} e_k \dots \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^4$

4) alle Propagator und WW-Linien als Formeln schreiben:

$$\left( \begin{array}{c} \rightarrow G \\ \leftarrow G^+ \\ \text{Vunkel} \end{array} \right),$$

hier alles multipliziert,

bei  $G$ : Zeitargument, Indexargument

5) beachte: ob man im  $\beta$  oder  $t$ -Bild

$$\left( \beta \sim \frac{t}{t} \right)$$

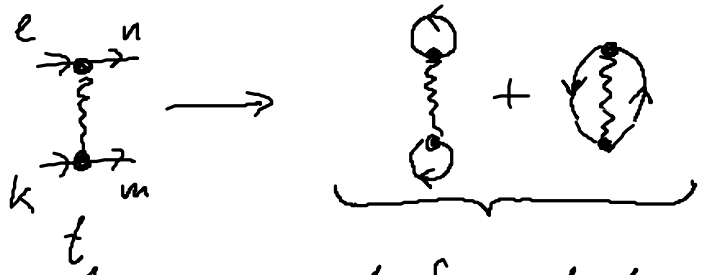
### Beispiele

(i) erste Ordnung Coulomb-WW:

$$- \frac{1}{2} \sum_{unkel} V_{unkel} a_n^+ a_m^+ a_k a_e = V$$

f. Zustandssumme,  $\beta$ -Bild

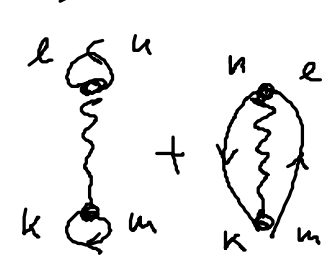
1. Ordnung: alle Diagramme



1. Saund d. zeitgeordenen Exp. Fkt.

Rückübersetzung:

weil Vertex bei t Zeit liegt als Ordnung wird



$$= -\frac{1}{2} \frac{1}{i!} \sum_{n, k, m} V_{nmek}$$

$$\int_0^\beta \int_0^{\beta_1} \left( (-1)^2 V_{nmek} G_{ne}(\beta_1 - \beta_2) G_{mk}(0) + (-1)^1 V_{nmek} G_{mk}(0) G_{ne}(0) \right)$$

Loop e

$\beta_2$      $\beta_1$   
 (1)    (2)

Condon WW, Fehlertät

$G_{mk}(0) = \partial_{mk} f_u$   
 Konifunktion

$$= -\frac{1}{2} \sum_{u, m} \left( V_{nmek} f_u f_m - V_{nmek} f_u f_m \right) / \beta$$

$$\Delta E = -\partial_\beta W_1 = -\partial_\beta \left( \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} + (3) \right)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \sum_{u, m} \left( V_{nmek} - V_{nmek} \right) f_u f_m$$

(1)                      (2)

Vielteilchen-WW - in der zweiten Energiekorrektur

1. Ordnung

Teilchenorbitale

$$V_{1234} \approx \iint d\vec{r} \int d\vec{r}' \frac{\varphi_1^*(\vec{r}) \varphi_2^*(\vec{r}') \varphi_3(\vec{r}) \varphi_4(\vec{r}')}{|\vec{r}' - \vec{r}|}$$

① :  $1=3, 2=4 \rightarrow |\varphi_1(\vec{r})|^2 |\varphi_2(\vec{r}')|^2$

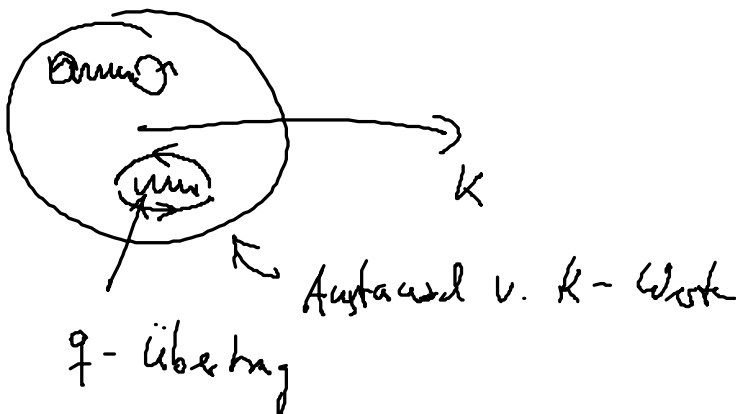
$\rightarrow$  WW zweier Ladungsdichten  $\rightarrow$  Hartree-Terme (klassisch)

② :  $1=4, 2=3 \rightarrow \underbrace{\varphi_1^*(\vec{r}) \varphi_1(\vec{r}') \varphi_2^*(\vec{r}') \varphi_2(\vec{r})}_{\text{Austausch}}^4$

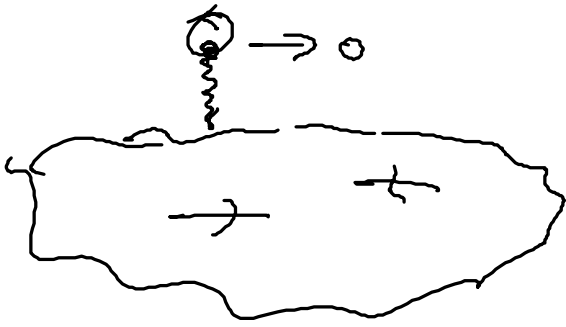
$\rightarrow$  Austauschwechselwirkung

$\Delta E \hat{=}$  die Hartree-Fock Gleichung der QM.

im k-Raum :



(ii) im räumlich homogenen El-fas ausstrahlen die Blase:



$$V_{k_u k_e} = \delta_{\lambda_u \lambda_e} \delta_{\lambda_u \lambda_k} \delta_{k_u + k_u, k_e + k_k} V_{k_u - k_e}$$

$$V_{k_u - k_e} = V_q \sim \frac{1}{q^2}$$

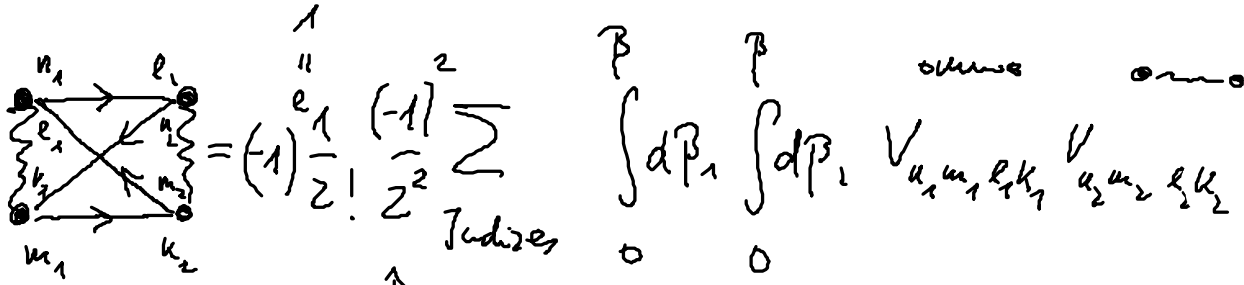
im Jellium-Modell ist immer  $q \neq 0$

wie man sieht fordert die Blase  $k_u = k_e$  wegen  $\delta_{k_u}$

$\rightarrow q = 0$  für   $\rightarrow$  ist verboten

(Vorlesung: Grundlagen)

(iii) Übersetzung v. Diagramm 2. Ordnung  $\langle T e^{-\int_0^{\beta} dp' u(p')} \rangle$



$\beta_1 \quad \beta_2$   
(1 aus 24)

$\uparrow$   
aus  
Coulomb WW +  
Lepton

$$\int_0^\beta d\beta_1 \int_0^\beta d\beta_2 \sum_{\text{Indices}} V_{u_1 m_1 e_1 k_1} V_{u_2 m_2 e_2 k_2} \left( G_{u_1 e_2}(\beta_1 - \beta_2) \cdot G_{u_1 k_2}(\beta_1 - \beta_2) + G_{u_2 e_1}(\beta_1 - \beta_2) G_{u_2 k_1}(\beta_1 - \beta_2) \right)$$

$$\beta' = \beta_1 - \beta_2$$

Redug.

$$= -\frac{1}{4} \int_0^\beta d\bar{\beta} \int_0^\beta d\beta' \sum_{\substack{u_1 m_1 \\ e_1 k_1}} V_{u_1 m_1 e_1 k_1} V_{k_1 e_1 u_1 m_1} e^{-\beta' (\epsilon_{u_1} + \epsilon_{m_1} - \epsilon_{e_1} - \epsilon_{k_1})}$$

new variable,  
length  $\frac{1}{2} \omega_j$

$$\Delta E \approx -\frac{1}{4} \sum \frac{V_{u_1 - e_1} V_{k_1 - u_2} \delta_{(u_1 - m_1), e_1 + k_1}}{(\epsilon_{u_1} + \epsilon_{m_1} - \epsilon_{e_1} - \epsilon_{k_1})} \int_{u_1}^+ \int_{m_1}^+ \int_{e_1}^+ \int_{k_1}^+$$

$\uparrow$   
 $-\partial_{\beta} W_2$   
 $\beta \rightarrow \infty$   
 $(T \rightarrow 0)$

$(G_{\alpha}^+(1-f))$

$$\Delta E = -\frac{1}{4} \sum_{\substack{q, e \\ k}} \frac{V_q V_{k-e-q}}{\epsilon_{q+e} + \epsilon_{k-q} - \epsilon_e - \epsilon_k} \int_{e+q}^+ \int_{k-q}^+ (1-f_e)(1-f_k)$$





0-te Ordng. in  $V$     1-te Ordng. in  $V$

$$+ \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} + \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} + \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} + \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} + \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} + \dots \quad (24)$$

$$+ \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} + \dots + \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} + \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} + \dots$$

Eing.: die Faktorisierung in den Zeitintegralen definiert  
nicht verbundene Diagramme

Betrachte:  $\begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} = \frac{(-1)^{e=4}}{2!} \frac{1}{2^2} \sum \int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2 \quad V V \overset{(0)}{\underbrace{G G G G}}_4$

3 Hilfsformeln:  $= \frac{1}{2!} \left( \overset{L}{\underbrace{\int_0^t dt_1}}_1 V G G \overset{R}{\underbrace{\int_0^t dt_2}}_2 V G G \right)$

$$= \frac{1}{2!} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \cdot \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} = \frac{1}{3!} \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \cdot \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} \cdot \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array}$$

$$\text{(a)} \quad \text{(b)} = 2$$

$$\text{(a)} = \frac{1}{2!} (-1)^2 \frac{1}{2^2} \int dt_1 \int dt_2 \sum_{\nu \dots \nu} G_{u_1 e_2}(t_1 - t_2) G_{u_2 e_1}^+(t_1 - t_2) + G_{u_1 u_2}(t_1 - t_2) G_{u_2 u_1}^+(t_1 - t_2)$$

$$= \frac{1}{3!} \frac{(-1)^4}{2^3} \left( \int_{-t}^t dt_1 \int_{-t}^t dt_2 f(t_1, t_2) \int_{-t}^t dt_3 f(0) \right)$$

$\frac{2!}{2!}$  , wie auch  $\frac{1}{2!}$  Diagramm  
 2-Ordng. zu erzeugen

$$= \frac{1}{3!} 2! \text{ (cylinder) } \cdot \text{ (wavy line) }$$

$$= \frac{1}{3} \text{ (cylinder) } \cdot \text{ (wavy line) }$$

$$\langle T e^{\int dt' v(f')} \rangle = 1 + \left( \text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \text{diagram 3} + \dots \right)$$

$$+ \frac{1}{2!} \left( \text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \text{diagram 3} + \dots \right)^2$$

$$+ \frac{1}{3!} \left( \text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \text{diagram 3} + \dots \right)^3 \dots$$

$$= e^{\left( \text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \text{diagram 3} + \dots \right)}$$

$$= e^{\sum_k a_k}$$