5.1.3 Laminarer → turbulenter Fluß

... Kriterien? Dimensionsanalyse!

5.1.4 Kritische Kraft

- isotrope, inkompressible, Newtonsche Flüssigkeit: η, ρ
- Was heißt zäh/viskos? $\left.\begin{array}{l}\eta\left[\frac{kg}{ms}\right] \\ \rho\left[\frac{kg}{m^3}\right]\end{array}\right\}$ keine einheitenlose Zahl → kein intrinsisches Maß für Viskosität

aber: kritische viskose Kraft: $\boxed{F_{krit} = \frac{\eta^2}{\rho}}$ (5.16)

- äußere Kraft F:

$$\boxed{\frac{F}{F_{krit}} = \begin{cases} \ll 1, & \text{laminarer, viskoser Fluß} \\ \gg 1, & \text{Turbulenz}\end{cases}} \quad (5.17)$$

- Beispiele:

H_2O: $F < 1\,nN$ → zähe Flüssigkeit in Nanowelt

Zelle: $F \approx 1\,pN$ → Reibung ist wichtig

- keine intrinsische Längenskala (außer Molekülgröße)

→ NS-Gln. sind skaleninvariant

≙ Physik ist auf allen Skalen die gleiche

→ Ähnlichkeitsprinzip: Auto ↔ Windkanal:

5.1.5 Reynoldszahl

- NS: $\rho\left(\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v}\cdot\underline{\nabla}\,\underline{v}\right) = -\underline{\nabla}p + \eta\underline{\nabla}^2\underline{v} + \rho\underline{b}$ (5.4) mit a ... charakt. Länge

v_0 ... " Geschw.

$\longrightarrow$ Skalierung auf einheitenlose Größen:

$$\left.\begin{aligned} x &\longrightarrow \tilde{x} = \frac{x}{a} \\ \underline{v} &\longrightarrow \underline{\tilde{v}} = \underline{v}/v_0 \\ t &\longrightarrow \hat{t} = t\Big/\frac{a}{v_0} \\ p &\longrightarrow \tilde{p} = p\Big/\frac{\eta v_0}{a} \\ \underline{b} &\longrightarrow \underline{\hat{b}} = \underline{b}\Big/\frac{a}{v_0^2} \end{aligned}\right\} \quad (5.18)$$

$$\Longrightarrow \boxed{Re\left(\frac{\partial \underline{\tilde{v}}}{\partial \hat{t}} + \underline{\tilde{v}} \cdot \underline{\tilde{\nabla}}\, \underline{\tilde{v}}\right) = -\underline{\tilde{\nabla}}\, \tilde{p} + \tilde{\nabla}^2 \underline{\tilde{v}} + Re\, \underline{\hat{b}}} \quad (5.19)$$

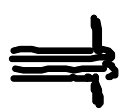
$$\boxed{\text{Reynoldszahl } Re = \frac{\rho a v_0}{\eta} = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{viskose Kräfte}} = \frac{\rho \frac{v_0^2}{a}}{\eta\, v_0/a^2}} \quad (5.20)$$

$\longrightarrow$ **Ähnlichkeitsprinzip:** Systeme mit gleichem Re verhalten sich gleich ($\underline{b} = 0$)

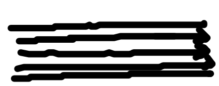
- $Re < 1$ ... laminarer, schleichender Fluß; Reibung dominiert
  ($\rho \underline{v} \cdot \underline{\nabla}\, \underline{v} \ll \eta \underline{\nabla}^2 \underline{v}$)

  $Re > 1$ ... Turbulenz, Trägheit dominiert

- Übergang zur Turbulenz, real:

 $Re = 3$

⋮

 $Re = 1000$

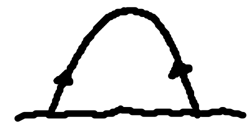
- $Re \longleftrightarrow F_{krit}$: konsistent?

  $Re < 1$: $\dfrac{F_s \sim \eta a v_0}{F_{krit} \sim \eta^2/\rho} = Re$ $\qquad$ $Re > 1$: $\dfrac{F_t \sim \rho \frac{v^2}{a} a^3}{F_{krit} \sim \frac{\eta^2}{\rho}} = Re^2$

- Bsp: 30 m Wal, $v_0 = 10\,\frac{m}{s} \longrightarrow Re \approx 3 \cdot 10^8$

  1 μm Bakterium $v_0 = 30\,\frac{\mu m}{s} \longrightarrow Re \approx 3 \cdot 10^{-5}$

5.1.6 Zeitumkehr ⟷ Dissipation



• Newton: $\frac{d^2 \underline{x}}{dt^2} = \underline{F}(\underline{x})$ $\qquad \underline{x}(t)$ Lsg. $\longrightarrow$ $\underline{x}(-t)$ Lsg.

≙ Zeitumkehrinvarianz

• NS-Gln: Reibungsterm: $\eta \nabla^2 \underline{v} \longrightarrow -\eta \nabla^2 \underline{v}$ ... zerstört Zeitumkehrinvarianz

⟷ Irreversibilität ⟷ Dissipation

• laminarer Fluß: $Re \ll 1$: $\quad 0 = -\underline{\nabla} p + \eta \underline{\nabla}^2 \underline{v} + \rho \underline{b}$

kinematische Reversibilität $\qquad \underline{x}(-t)$ Lsg, falls $\left.\begin{array}{l} \underline{\nabla} p(t) \longrightarrow -\underline{\nabla} p(-t) \\ \underline{b}(t) \longrightarrow -\underline{b}(-t) \end{array}\right\}$ vgl. 5.13

• weiteres Bsp: (1) $\frac{\partial c}{\partial t} - D \nabla^2 c = 0$, $c(\underline{x}, -t)$ ... keine Lsg

(2) elastische Festkörper: $\underline{u}$ ... Verschiebungsfeld

$$\rho \frac{d^2 \underline{u}}{dt^2} = \underset{\text{Schermodul}}{\mu} \underline{\nabla}^2 \underline{u} + \underbrace{(\lambda+\mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \underline{u}}_{\text{Kompression}}$$

... Zeitumkehrinvarianz!

(3) allg.: Viskoelastizität. Bsp: Blut

5.2 Sedimentation

5.3 Biologische Anwendungen

5.3.1 Fortbewegung / Transport ($Re < 1$)

• Organismus in H_2O: Fortbewegung ⟷ periodische, nichtreziproke Gestaltänderung

• reziproke Paddelbewegung ⟷ keine Fortbewegung