

# 6.3 zeitverzögert gekoppelte Laser

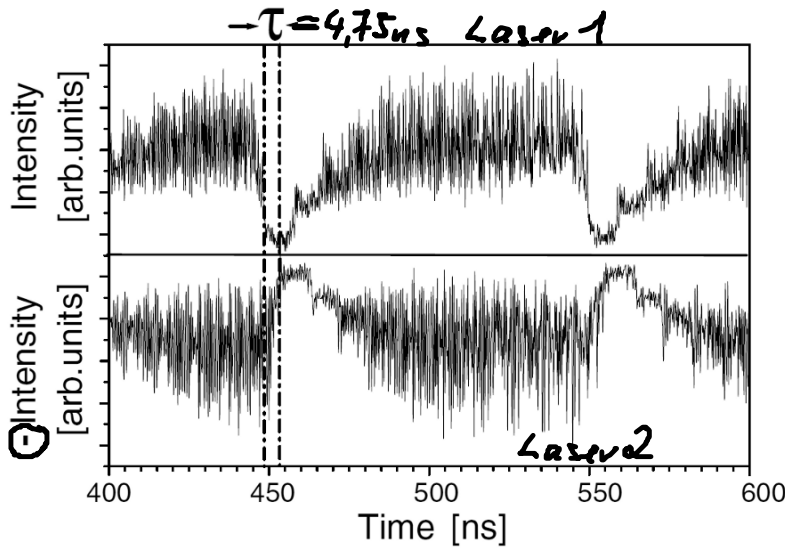
bisher:  Laser mit externem Resonator

now:  Laser 1  $\leftrightarrow$  Laser 2

Welche Dynamiken sind zu erwarten?

→ insbesondere „leader-laggard“-Szenario

Ref.: Heil et al.; PRL 86, 795 (2001)

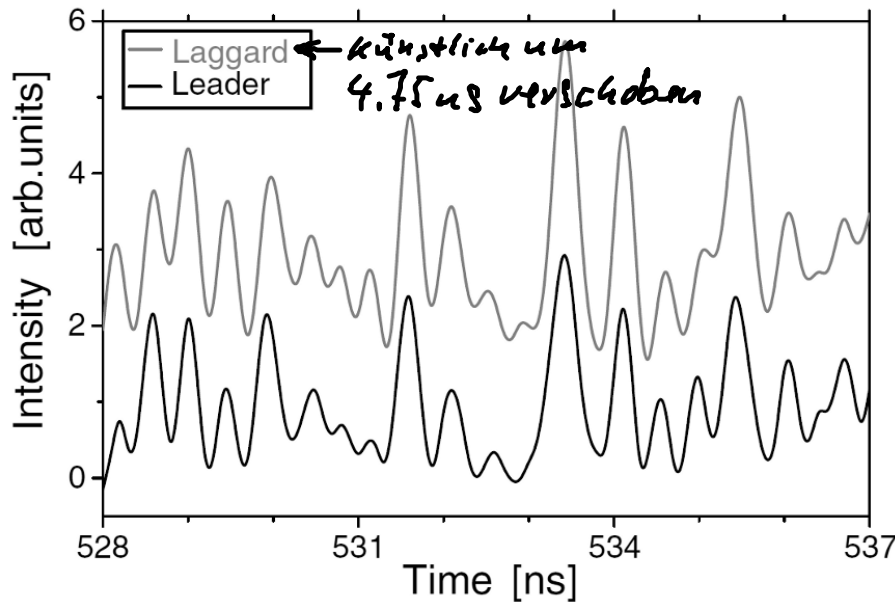


laggard-Laser (Brennler)

folgt mit Verzögerung  $\tau = 4.75 \text{ ns}$

Abstand zwischen den Lasern:

$$\Delta S = c \cdot \tau = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4.75 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 1.425 \text{ m}$$



Zoom in Zeitfenster von 9 ns.

zeitverzögerte Synchronisation!

kein Laser ausgezeichnet als treibender Laser

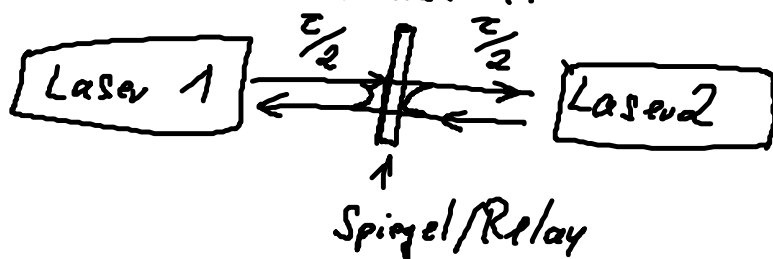
⇒ Symmetrie brechung!

Reihenfolge (Laser 1 vor Laser 2) zufällig

Isochrone Lösung (kompletter/vollständige Synchronisation) ist instabil.

Frage: Wie kann man diese gleichphasige Lösung stabilisieren?

Idee: Verwendung eines Relays / Spiegel (halb durchlässig) zwischen den Lasern.



Licht von Laser 1 nach  $\tau$  bei Laser 2 und (durch Relay) bei Laser 1 (⇒ nur 1 Zeitverzögerung  $\tau$  im System).

Ref.: Flunkert et al.: PRE 79, 065201(R) (2009)

Modellierung mittels Lang-Kobayashi-Gleichungen:

$$\frac{dE_1}{dt} = \frac{1}{2} (1+i\alpha) \nu_1 E_1 + \frac{\kappa}{2} E_1(t-\tau) + \frac{\kappa}{2} E_2(t-\tau) + F_{E_1}$$

$$\frac{dE_2}{dt} = \frac{1}{2} (1+i\alpha) \nu_2 E_2 + \frac{\kappa}{2} E_2(t-\tau) + \frac{\kappa}{2} E_1(t-\tau) + F_{E_2}$$

$$T \frac{d\nu_{1,2}}{dt} = I - \nu_{1,2} - (1 + \nu_{1,2}) |E_{1,2}|^2$$

Zur Untersuchung der synchronen Lösung: Verwende neue

Koordinaten:  $\underline{S} = \frac{1}{2} (x_1 + x_2)$  synchrone Variable

$\underline{A} = \frac{1}{2} (x_1 - x_2)$  asynchrone Variable

$$\underline{x}_j = \begin{pmatrix} E_j \\ u_j \end{pmatrix} \quad (\text{Siehe gekoppelte Hopf-Normalformen in Kap 4})$$

$\Rightarrow$  Einsetzen liefert

$$\dot{\underline{S}} = \frac{1}{2} \left[ \underline{f}(\underline{S} + \underline{A}) + \underline{f}(\underline{S} - \underline{A}) \right] + \frac{1}{2} (L + k) \underline{S} (t - \tau)$$

$$\dot{\underline{A}} = \frac{1}{2} \left[ \underline{f}(\underline{S} + \underline{A}) - \underline{f}(\underline{S} - \underline{A}) \right] + \frac{1}{2} (L - k) \underline{A} (t - \tau)$$

Linearisierung von  $\dot{\underline{A}}$  um  $\underline{A} = 0$   
( $L = k$ )

für  $L = k$  verschwindet Kopplung in  $\dot{\underline{A}}$   
(Nichtlineare Effekte in synchrone  
Lösung  $\underline{S}$  mit nehmen, z. B. chaotische  
Intensitätsschwankungen)

$$\dot{\underline{S}} = \underline{f}(\underline{S}) + k \underline{S} (t - \tau)$$

$$\dot{\underline{A}} = \underline{Df}(\underline{S}) \underline{A}$$

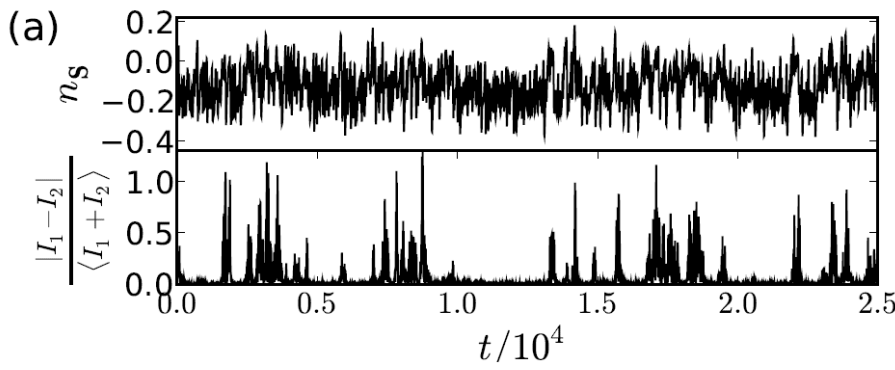
Jacobi-Matrix bei  $\underline{A} = 0$

Gleichungen für synchrone Koordinate:

$$\frac{dE_s}{dt} = \frac{1}{2} (1 + i\alpha) u_s E_s + k E_s (t - \tau) + F E_s$$

$$\tau \frac{du_s}{dt} = \underline{I} - u_s - (1 + u_s) |E_s|^2$$

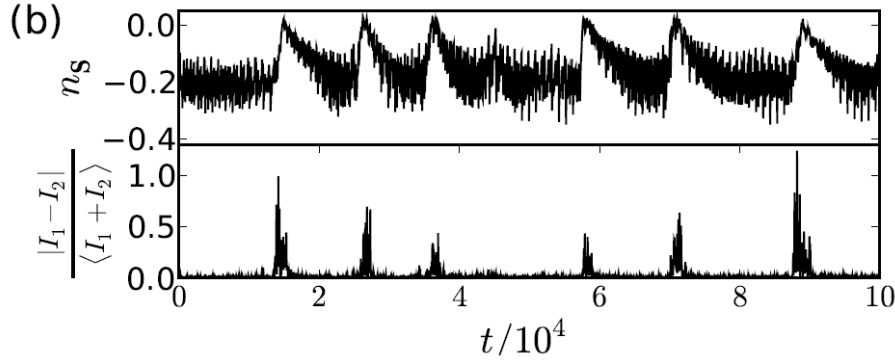
+ Gleichungen für  $\dot{E}_1$  und  $\dot{u}_1$ , die von  $E_2, u_2$  abhängen



$I = 1.0$

Kohärenzklaps

$T = 200, \kappa = 0.12, \tau = 1000, \alpha = 4$



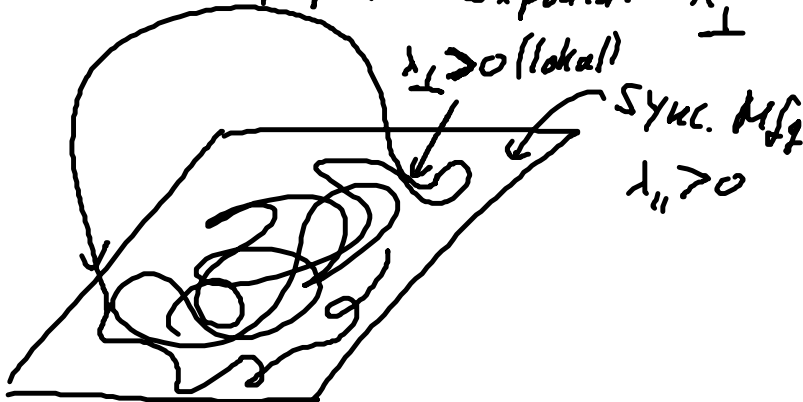
$I = 0.1$

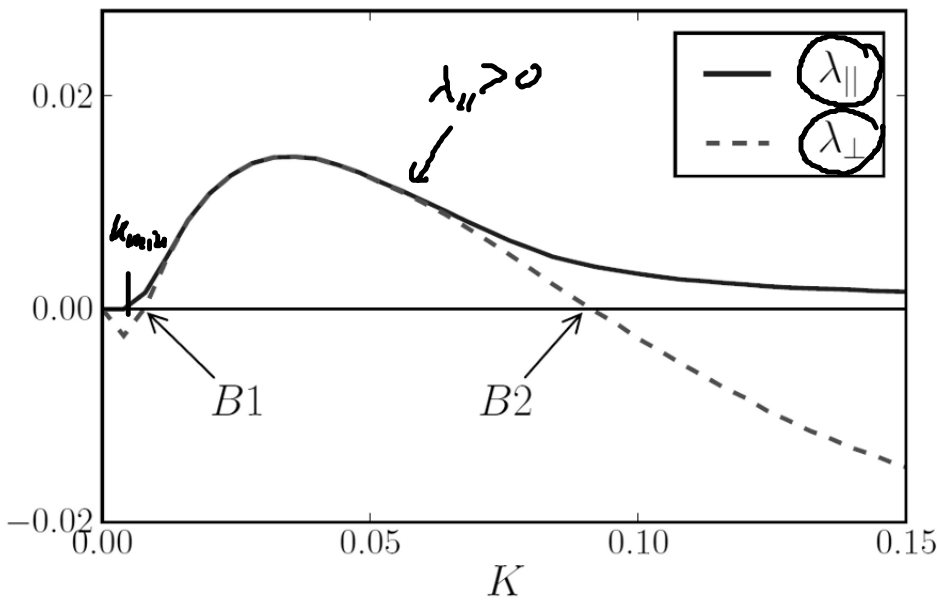
"low-frequency fluctuation"  
 $\Rightarrow$  "bubbling"

Untersuchung der Stabilität des synchronen Zustands:

longitudinaler Lyapunov-Exponent  $\lambda_{||}$  (in synchroner Mannigfaltigkeit)  
 z.B.  $\lambda_{||} > 0$  Chaos

transversaler Lyapunov-Exponent  $\lambda_{\perp}$  (senkrecht zur synchronen Mannigfaltigkeit)





Synchronzustand  
 für  $K > k_{min}$  chaotisch  
 ( $\lambda_{||} > 0$ )

Zur Untersuchung der transversalen Stabilität & Intensitätsfluktuationen:  
 Verwende Lösungsansatz („rotating wave ansatz“):

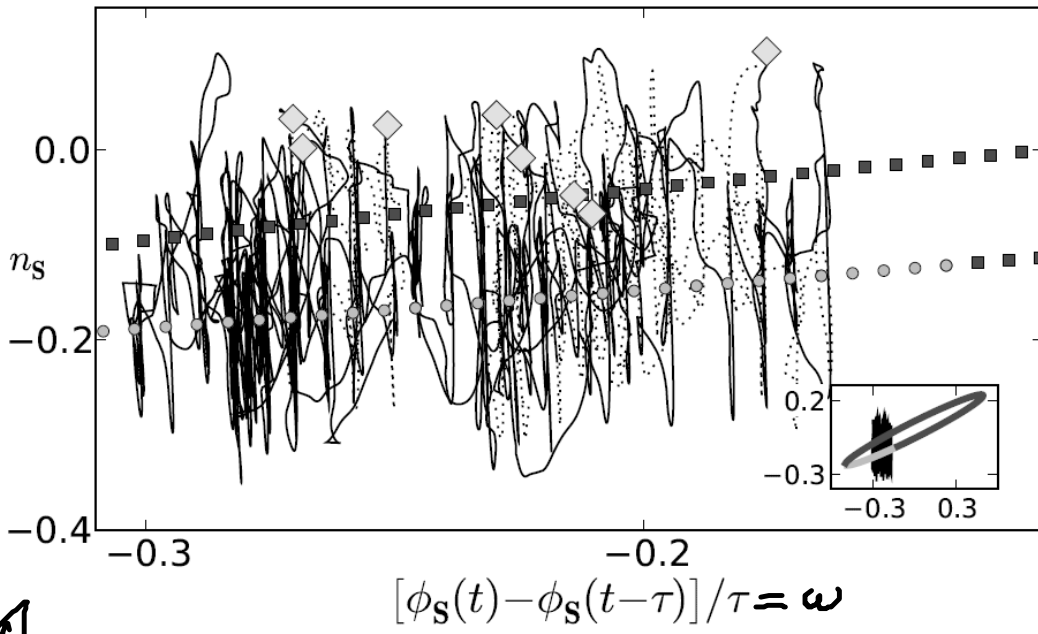
$$E_s(t) = R_s(t) e^{i\phi_s(t)} = R_s e^{i\omega t} \quad (\text{Phase } \phi_s \text{ linear})$$

Einsetzen liefert:  $\dot{R}_s = \dots$

$\omega = \dot{\phi}_s = \dots$

Bestimmen der invarianten Lösungen liefert sog. „external cavity modes“.

(Analyse / Herleitung: Projekt 8: „Laser mit Feedback“)



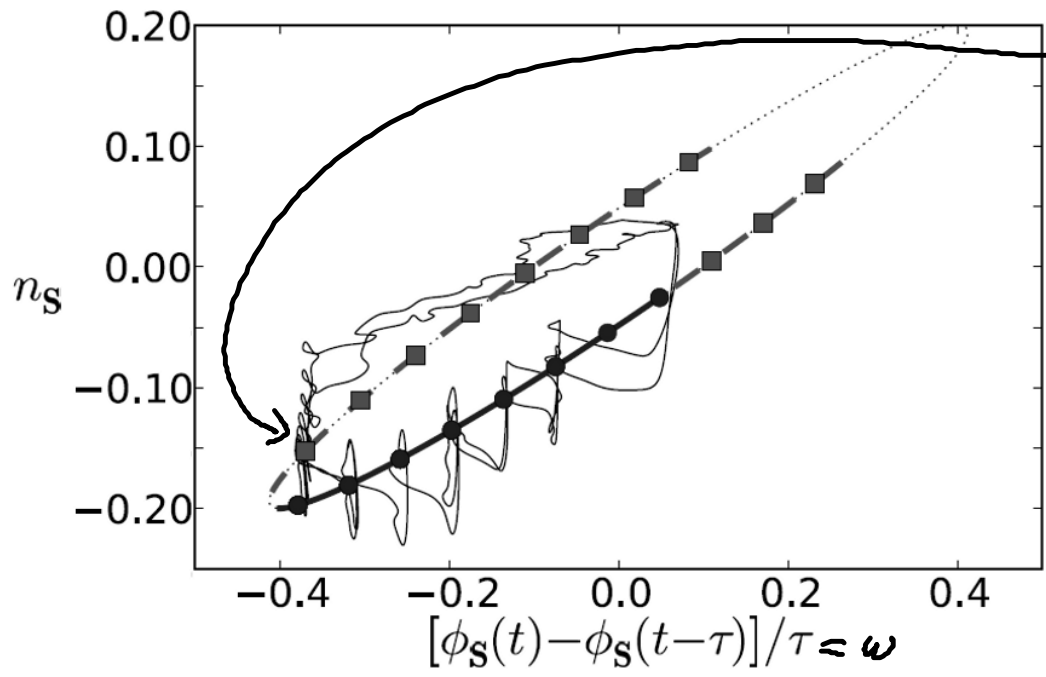
● instabil  
 ● stabil  

$$\frac{\phi_S(t) - \phi_S(t-\tau)}{\tau}$$

$$= \frac{\omega t - \omega(t-\tau)}{\tau}$$

$$= \omega$$

Lösungen in der  $(\omega, n_S)$ -Ebene (liegen im Allgemeinen auf Ellipsen)  
 Kohärenz kollaps: Dynamik/Trajektorie häufig im Bereich instabiler Moden.

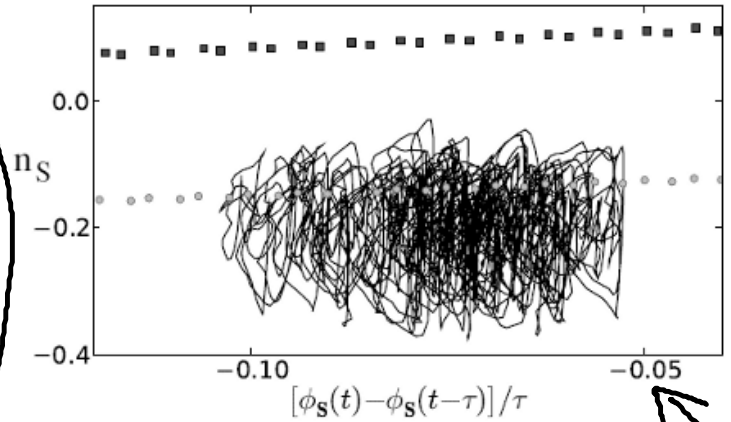
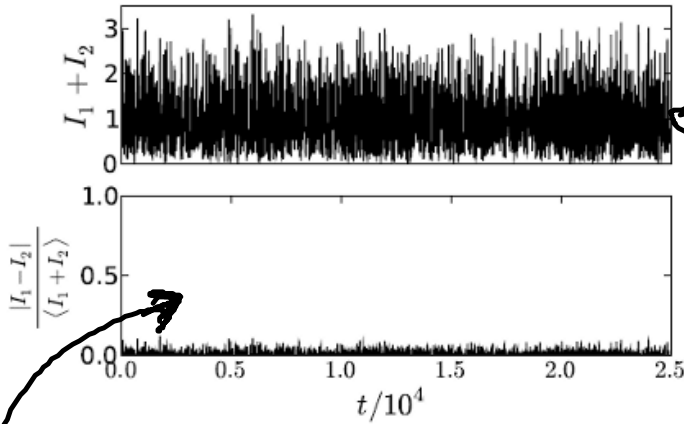
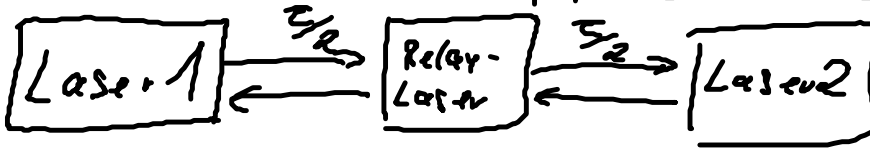


Intensitätsfluktuationen (low-frequency), der  
a Synchronen Lösung  
 (aber  $|E_1| = |E_2|$ )

Frage: Um wie drückt man die Intensitätsfluktuation der asynchronen Lösung?

Lösung?

Idee: Verwende aktives Relay / Laser statt Spiegel



Synchroner Zustand oszilliert weiter kein (chaotisch für  $\lambda_{11} > 0$ )  
 synchroner Zustand ist stabilisiert.  $\Rightarrow$  keine Fluktuationen in  $|E_1| - |E_2|$  zu erkennen.

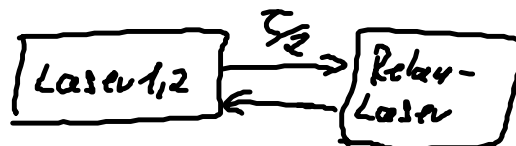
$\Rightarrow$  in Koordinaten von oben:  $\underline{S} \neq 0$   
 $\underline{A} = 0$

Trajektorie bleibt in  $(w, u_S)$ -Ebene im Bereich der stabilen externen Kavitätsmoden.

Parameter des Relay-Lasers:  $I_{\text{relay}} = 4I_{1,2}$  (vierfacher Pumpstrom)

Relay-Laser selbst ist nicht mit Laser 1/2 synchronisiert:

effektive Konfiguration:



(siehe Anfang von Kap 6.3)