1. Einführung

1.1. Konzept der statistischen Physik

Übergang v. Mech / QM von Einteilchensystem zu <u>Vielteilchensysteme</u>, $\underbrace{\text{typischerweise: } 10^{23} \text{ Teilchen in makroskopischem Volumen}}$

durch die viele Information ist Problem nicht exakt lösbar → Approx.

→ das Übermaß an Info nicht wünschenswert

→ suchen Größen (einzelne) die System beschreiben

betrachte folgende Systeme:

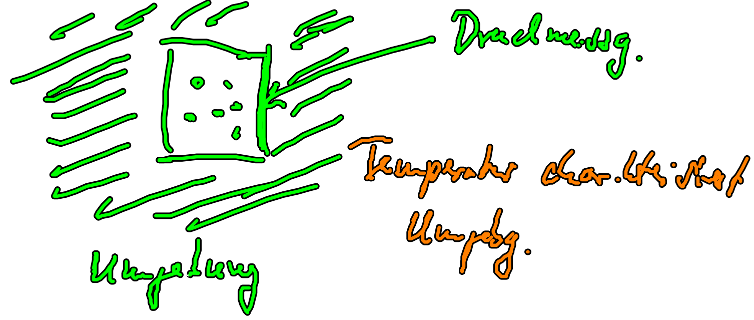
<u>Umgebung</u> | <u>System</u> (interessiert uns)

sehr dichtes E-Spektrum und viel Freiheitsgrade

einige Freiheitsgrade, kann Vielteilchensystem sein muss aber nicht

Kasten

Ziel: effektive Beschreibg. d. Systems



Bsp: $p = p(T)$

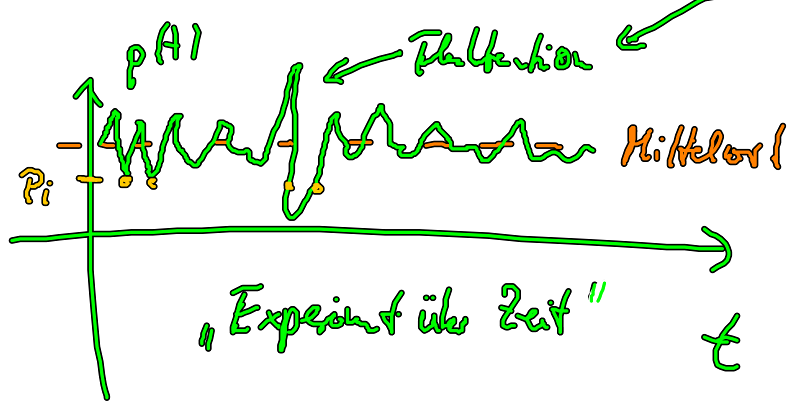
(i) Umgebg. wird durch Parameter λ_ν beschrieben: T, μ

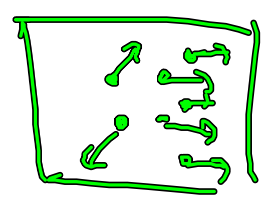
(ii) System wird beschrieben durch beobachtbare Größe G_D: p, E

auf System können externe Felder einwirken h_α: V, E, B

typische Messg.: z. B. Druck usw. $\rightarrow$ wenige Größen f. Systemcharakt.

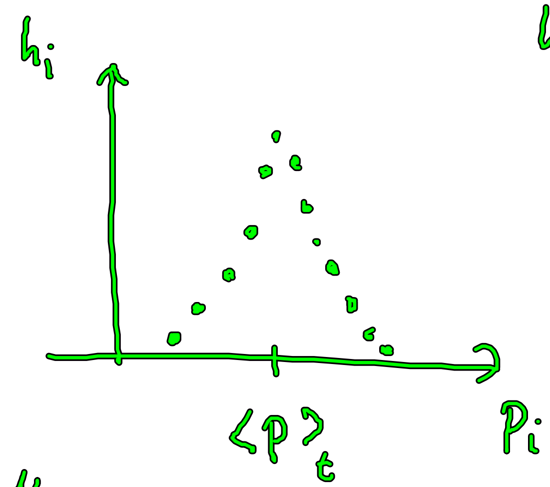
Antwort der statistischen Physik auf den Mangel an Information ist es, mit einem Mangel an Fragen (einzelne wenige Observable) zu reagieren. $\Rightarrow$ dafür muß man bezahlen





Hoffng: der Mittelwert beschreibt das System hinreichend gut jetzt zeitliche Beschreibung wahrsch. Fallkurve :

<u>Histogramm</u> :



$$h_i = \frac{N_i}{N}$$

wie oft erscheint p_i (N_i)

Gesamtzahl der Meß-punkte (N)

zeitlicher Mittelwert ($\langle p \rangle_t$)

$$h_i \to \bar{w}_i = \lim_{N \to \infty} \frac{N_i}{N}$$

Wahrscheinlichkeit d. Auftretens eines Druckwerts p_i

Es gibt 2 Mittel: zeitliche Mittel (1 System an N Zeitpunkt gemessen)

Ensemblemittel (N System 1mal gemessen)

<u>grundlegende Arbeitshypothese</u>: Ensemble u. Zeitmittel geben gleiche Resultate (Ergodenhypothese)

ist nicht allgemeingültig, gilt aber i.a. für Systeme mit zumindest schwacher Wechselwirkung

$$\langle p \rangle_E = \langle p \rangle_t$$

Mittelwert

$\Longrightarrow$ statistische Physik beschäftigt sich mit der Ableitung von (makroskopischen) Systemgrößen unter dem Einfluß der Systemumgebung, die Beschreibg. findet i.a. auf der Grundlage v. Wahrscheinlichkeiten w_i statt mit der Systemzuständen $|\psi_i\rangle$ eingenommen werden, w_i sind auch durch die Umgebg. bestimmt.

man betrachtet 2 Unterteilungen der Statistik:

Gleichgewichtssystem

wenn ein abgeschlossenes System sich selbst überlassen wird, so streben die Observable gegen konstante Werte, das System ist im Gleichgewicht

$$\rho_\nu = \text{konstante}$$

Nichtgleichgewichtssystem

ein offenes System wird durch zeitabhängige Felder aus dem Gleichgewicht gebracht

$$\rho_\nu = \rho_\nu(t)$$

1.2. kurzer historischer Abriß

- A. Avogadro (1776 – 1856): Zustandsgleichg. ideale Gas

$$p = \frac{N}{V} kT$$

Systemobservable Druck

N - Teilchenzahl

V - Volumen

T - Temperatur

$\underbrace{k \text{ - Boltzmannkonstante}}$

dient zur Festlegg. der Temperaturskala

• J. Loschmidt (1821 - 1895)

Loschmidtzahl für 12 g ^{12}C → hat $6 \cdot 10^{23}$ Teilchen

wieviel Teilchen sind in einem makroskop. Körper

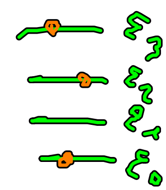
• J. C. Maxwell (1831 - 1879), Verteilg. der Geschwindigkeit in einem ideal Gas:

$$w(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{kT}}$$

$w(v)dv$ Wahrscheinlichkeit im Intervall dv ein Teilchen mit v zu finden

• J. W. Gibbs (1839 - 1903) gibt Wahrscheinlichkeit an mit der ein Gleichgewichtszustand (1?; ?) bei der Umgebungstemperatur T realisiert wird:

$$W_i \sim e^{-E_i/kT}, \quad E_i \hat{=} \text{ die Energie des Systems}$$



w_i muß normiert sein $\quad w_i = \dfrac{e^{-\varepsilon_i/kT}}{Z_k}$ "k" ≙ kanonisch

Zustandssumme (wichtig!)

- L. Boltzmann (1844–1906) und Gibbs:
  gezeigt, daß es eine Größe S gibt, mit der man die Temperatur definieren kann:

$$S = \text{Entropie} = -k \sum_i w_i \ln w_i$$

$$T^{-1} = \frac{\partial S}{\partial E} \quad \text{Temperatur def.}$$

→ weitere Aufgabe der statist. Physik:
aus mikroskop. Information (w_i) makroskopisch Gesetze (Zustandsgl.: T, p, V) zu gewinnen

- C. Shannon (1946): aus der Fordrg. daß S = maximal ist, kann man den Gibbs-Ansatz für w_i rechtfertigen.

- <u>Statistik v. Quantenteilchen:</u>

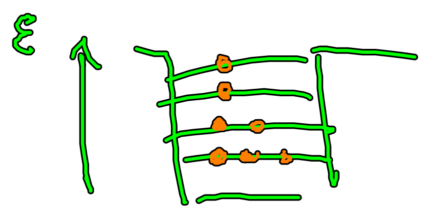
E. Fermi (1901 - 1954)

N. Bose (1894 - 1955)

Energie

mittlere Besetzungszahl v. Teilchen in einem Zustand $|\varepsilon\rangle$

viele Teilchen in Kasten



$$n_\varepsilon = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} \pm 1}, \quad \beta = \frac{1}{kT}$$

mittlere Teilchenzahl

$+$ Fermionen (spin $\frac{1}{2}$)

$-$ Bosonen (spin ganzzahlig)

massive Teilchen (mit Masse)

- Bosonen ohne Masse, Bsp. Photonen M. Planck (1858 - 1947)

Strahlungsformel, Energiedichte:

Energie d. Photons

Raumwinkel

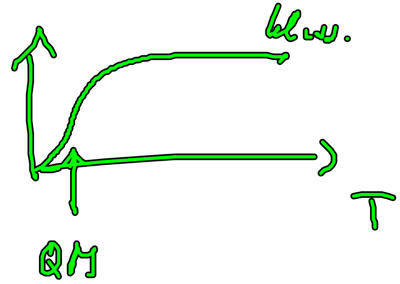
$$u(\omega) \sim \frac{\omega\,\omega^2}{e^{\beta\hbar\omega} - 1}$$

- Materialtheorie P. Debye (1884 - 1966), spezif. Wärme

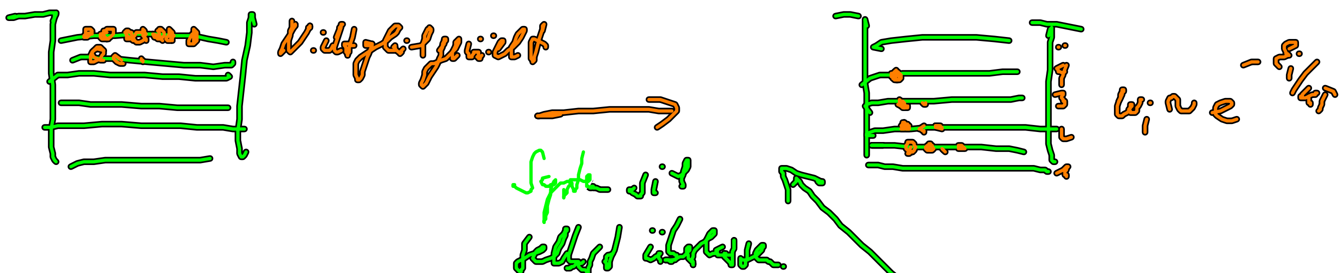
$$c_V(T) = 3kN, \qquad c_V(T) \sim T^3$$

Zahl der Ionen

$T \to \infty$



• Beschreibg. v. Wechselwirkungen, einfachste Ansatz: Boltzmanngl.



zeitliches Übergang d. Boltzmanngl.

$$\dot{n}_i = -\sum_e \Gamma_{i\to e}\, n_i + \sum_e \Gamma_{e\to i}\, n_e$$

Besetzungszahl in Zustand i

Verlust

ausbauen an Zustand

Gewinn

• die Schrödingergl. haben Sie für ein isoliertes System kennengelernt

Verallgemeinerung der Schrödingergl. mit Umgebung durch

J. von Neumann (1903–57) :

von Neumann-Gl. f. statistische Operator $\rho(t)$

$$i\hbar\,\dot{\rho} = [H, \rho]$$

Erwartungswerte $\langle \xi \rangle = \mathrm{sp}(\xi\,\rho(t))$