

# 9.3. Detailliertes Gleichgewicht

Im thermodyn. Gleichgewicht (Index  $^{\circ}$ ) gilt das Prinzip des detaillierten Gleichgewichts (detailed balance)

$$W_{ij}^{\circ} \rho_i^{\circ} (1 - \rho_j^{\circ}) = W_{ji}^{\circ} \rho_j^{\circ} (1 - \rho_i^{\circ})$$

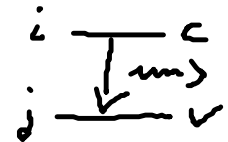
Hin-Rate = Rück-Rate

- gilt für jeden einzelnen g-r Prozess

$W_{ij}$  Übergangswahrsch.  
 $\rho_i$  Besetzungswahrsch.

Beweis: folgt aus der mikroskop. Reversibilität

(i) strahlende Übergänge ( $i \in C, j \in V$ )



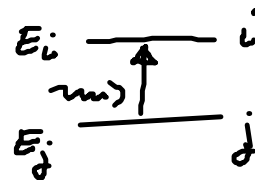
$$W_{ij} = \tilde{W}_{ij} (N_k + 1)$$

stim + spontane Em.

$N_k$  Zahl der Photonen

$$W_{ji} = \tilde{W}_{ji} N_k$$

Absorption



$$\tilde{W}_{ij} = \tilde{W}_{ji}$$

• Therm. Gleichgewichtsverteilung der Photonen (Bose-Einstein)

$$N_k^0 = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega_k}{kT}} - 1}$$

$$\hbar\omega_k = E_i - E_j > 0$$

$$N_k^0 + 1 = e^{\frac{\hbar\omega_k}{kT}} \cdot N_k^0 \quad (\text{I})$$

$$\text{Also } W_{ij}^0 = \tilde{W}_{ij} (N_k^0 + 1) \stackrel{(\text{I})}{=} \tilde{W}_{ij} N_k^0 e^{\frac{\hbar\omega_k}{kT}}$$

$$W_{ij}^0 = W_{ji}^0 \exp\left(\frac{\hbar\omega_k}{kT}\right)$$

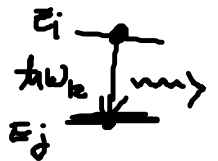
• Therm. Gleichgewichtsverteilung der Elektronen (Fermi-Dirac)

$$p_i^0 = \frac{1}{e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} + 1}$$

$$1 - p_i^0 = \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right) p_i^0 \quad (*)$$

$$\Rightarrow p_i^0 (1 - p_j^0) = \exp\left(\frac{E_j - E_F}{kT}\right) p_j^0 p_i^0 \quad (\text{II})$$

$$p_j^0 (1 - p_i^0) = \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right) p_i^0 p_j^0 \quad (\text{III})$$



(I), (III)

$$\Rightarrow \rho_i^0 W_{ij}^0 (1 - \rho_j^0) = \rho_j^0 W_{ji}^0 (1 - \rho_i^0) \underbrace{\exp\left(\frac{E_j - E_i}{kT}\right) \exp\left(\frac{\hbar\omega_k}{kT}\right)}_1$$

Hin Rate = Rück-Rate

1

(ii) Auger Prozesse

$$r = W(k_1 \rightarrow k_1', k_2 \rightarrow k_2') \rho^0(k_1) \rho^0(k_2) (1 - \rho^0(k_1')) (1 - \rho^0(k_2'))$$

$$\rho^0(k_1') \exp\left(\frac{E(k_1') - E_F}{kT}\right)$$

$$\rho^0(k_2') \exp\left(\frac{E(k_2') - E_F}{kT}\right)$$

$$\rho^0(k_1') \rho^0(k_2') \exp\left(\frac{E(k_1') - E_F + E(k_2') - E_F}{kT}\right)$$

$$(1 - \rho^0(k_1)) \exp\left(\frac{E_F - E_{k_1}}{kT}\right)$$

$$(1 - \rho^0(k_2)) \exp\left(\frac{E_F - E_{k_2}}{kT}\right)$$

Energieerhaltung:

$$E(k_1') + E(k_2') = E(k_1) + E(k_2)$$

$$= W(k_1' \rightarrow k_1, k_2' \rightarrow k_2) \rho^0(k_1') \rho^0(k_2') (1 - \rho^0(k_1)) (1 - \rho^0(k_2)) = g$$

NB: gilt unabhängig von Entartung oder Nichtentartung!

# 10. Halbleiter Nanostrukturen

## 10.1. Halbleiter - Heteroübergänge

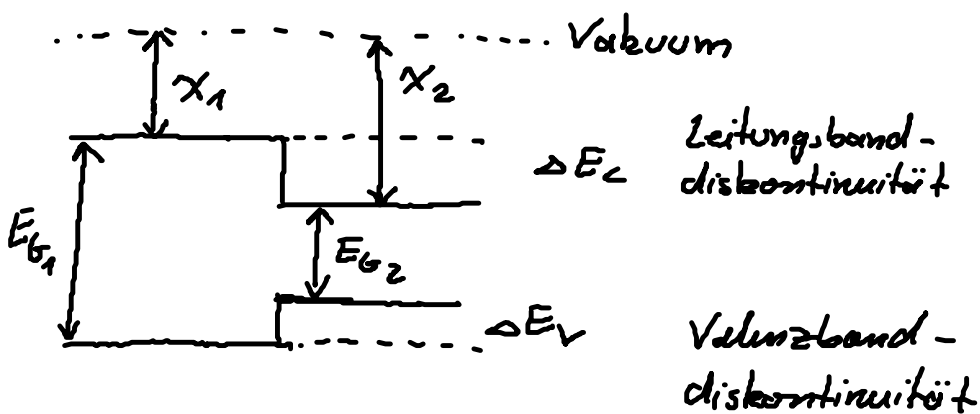
- Übergang zwischen 2 verschiedenen HL: Heteroübergänge (z.B. GaAs / AlGaAs)
- 2 gleiche HL: Homoübergänge (z.B. p-Si / n-Si)

- Voraussetzung: - gleicher Gittertyp  
für epitaktisches - ähnliche Gitterkonstante (sonst. Verspannungen)  
Wachstum

Epitaxieverfahren

- MBE = Molekular Beam Epitaxy
- MOCVD = Metal-Organic Chemical Vapour Deposition

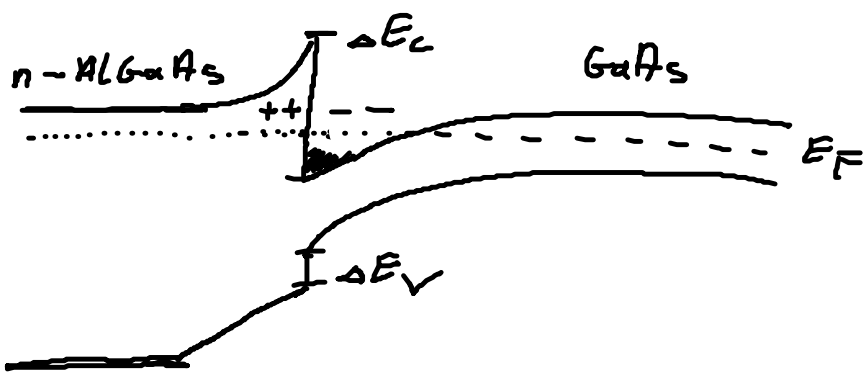
### Relative Lage der Bänder:



$\chi_1, \chi_2$  Elektronenaffinität  
 $\Delta E_c = \chi_2 - \chi_1$  (1. Näherung)

(Ladungstransfer  $1 \leftrightarrow 2$  vernachlässigt)

### Dotierte HL

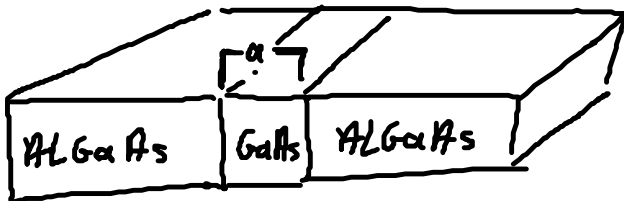


- Verschiebung freier Ladungsträger  
 => Raumladung  
 => Bandverbiegung bis Fermi Niveaus gleich sind

## 10.2 Niederdimensionale Strukturen

- Dimensionsquantisierung
- maßgeschneiderte Strukturen

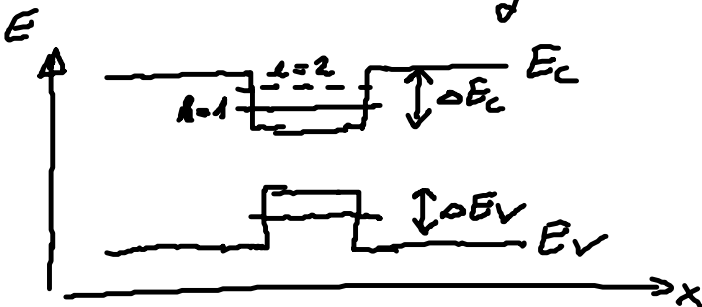
### Quantentrog (Quantum Well)



$$2\text{nm} < a < 40\text{nm}$$

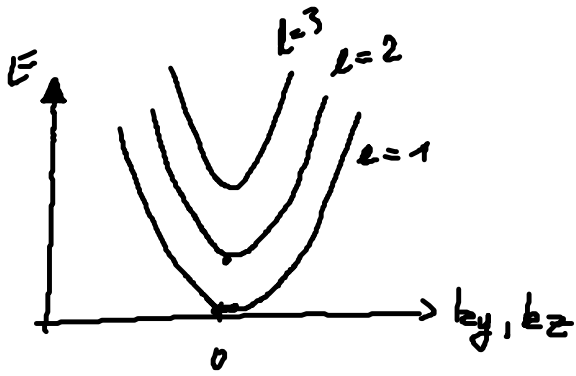
→ 2D GaAs Schicht

Wachstumsrichtung



lokalisierte Zustände

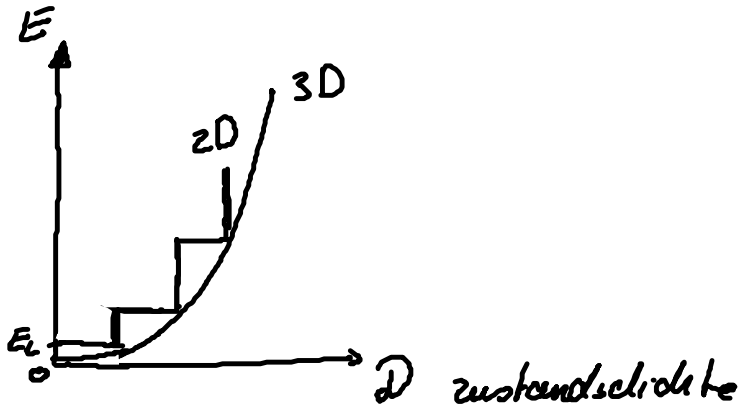
(ohne Raumladungen)  
mit Raumladungen



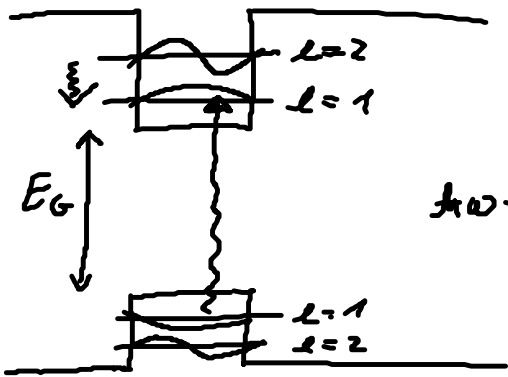
$$E = E_l + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_y^2 + k_z^2) \quad l=1, 2, \dots$$

$\uparrow$  Bindungszustand  
 $\nwarrow$  quasifrei Bewegung // Schichtstruktur

(2D-Subbänder)



## Optische Eigenschaften



$$\hbar\omega = E_G + E_1^2 + E_1^{2,1} > E_G$$

Blauverschiebung der Absorptionskante gegenüber 3D Festkörper

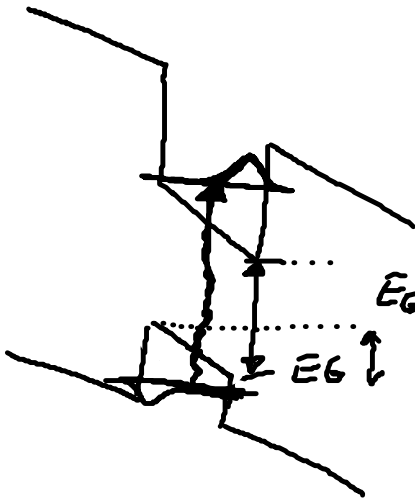
Interbandauswahlregel:  $\Delta l = 0$

Intersubbandübergänge:  $\Delta l = 1$

$\rightarrow$  Infrarotspektroskopie

$\rightarrow$  Quantencascaden Laser  $\lambda = 5-20 \mu\text{m}$

# Quantum Confined Stark Effect



$\leftarrow E$  zusätzliches elektr. Feld  $E$

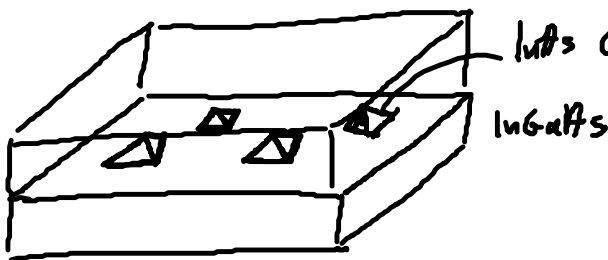
Rotverschiebung der Absorptionskante  
 $\sim E$

$\rightarrow$  Abstimmbarkeit der Absorptionskante durch Feld

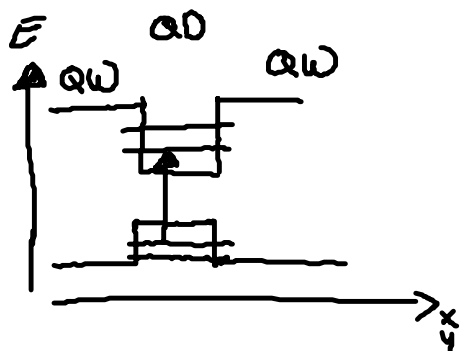
(elektroopt. Effekt)

## Quantenpunkte

- 0 dimensionale Strukturen (in alle Raumrichtungen  $< 20\text{nm}$ )



- Kleine Pyramiden aus InGaAs bilden selbstorganisiert beim Wachstum auf InGaAs

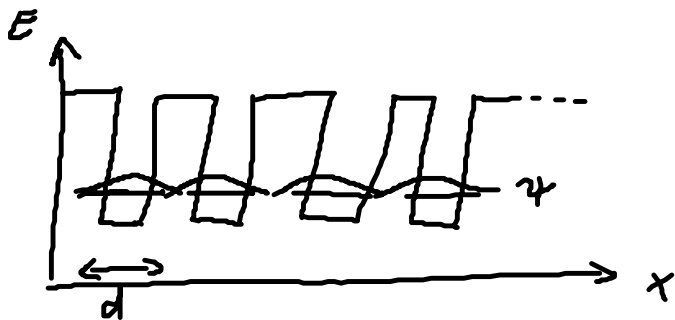


• Anwendung als Laser

$\rightarrow \lambda \sim 1,3 \mu\text{m}$

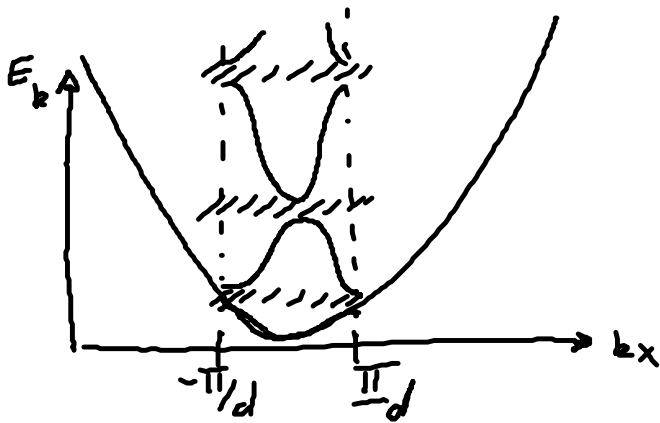
# Übergitter

- periodische Anordnung von Quantenträgern:



Übergitterstruktur des Leitungsbandes

Überlapp der Wellenfunktionen  $\psi$  der lokalisierten Topfzustände  
 $\Rightarrow$  Energiebänder (1-D)



1D - Minibänder

Anwendung: Quanten Cascade Laser