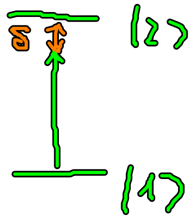
d) Schwach nichtresonante Systeme



δ : Verstimmung

$\delta > \gamma, \tilde{\Omega}$ (Störungstheorie in $\frac{1}{\delta}$)

$$\dot{\tilde{\rho}}_{12} = i\delta_{12}\tilde{\rho}_{12} - \gamma\tilde{\rho}_{12} + \frac{i}{2}\Delta\tilde{\Omega}_{21}$$

$$\dot{\Delta} = -i\left(\tilde{\Omega}_{21}\tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{12}\tilde{\Omega}_{12}\right)$$

sind Startpunkt

$$\tilde{\rho}_{12} = \frac{i}{2}\int_{-\infty}^{t} dt'\, e^{(i\delta_{12}-\gamma)(t-t')}\Delta(t')\,\Omega_{21}(t') \qquad s = t - t'$$

$$= \frac{i}{2} \int_0^\infty ds\, e^{(i\delta_{12}-\gamma)s} \underbrace{\Delta(t-s)\, \Omega_{21}(t-s)}_{f(t-s)}$$

n-te Ableitg.

$$= \frac{i}{2} \int_0^\infty ds\, e^{(i\delta_{12}-\gamma)s} \sum_n \frac{1}{n!} (-s)^n f^{(n)}(t)$$

Zeitverzögerung steckt in d. Ableitungen

$$\tilde{\rho}_{12}^{(0)} = \frac{i}{2} \int_0^\infty ds\, e^{(i\delta_{12}-\gamma)s} f(t)$$

nullter Term d. Reihe

$$= \frac{i}{2} \frac{-1}{i\delta_{12}-\gamma} f(t) \xrightarrow{\delta_{12} \gg \gamma} \overbrace{-\frac{\Delta(t)}{2\delta} \tilde{\Omega}_{21}(t)}^{\text{reell}}$$

Nenner steckt δ

Störparam. mal $\frac{1}{\delta}$

$j^{(0)} = 0$, weil $\rho_{12}^{(0)}$ rein reell ist

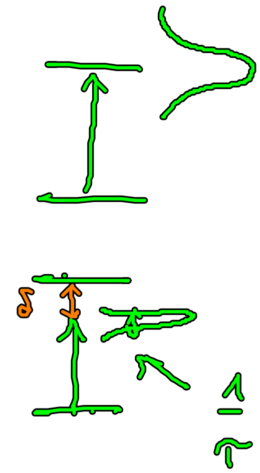
$$\tilde{\rho}_{12}^{(1)} = \frac{i}{2} \underbrace{\int_0^\infty ds\, e^{(i\delta_{12}-\gamma)s} (-s)}\, \dot{f}(t)$$

$n = 1$

$$= -\frac{i}{2} \frac{1}{(i\delta_{12}-\gamma)^2} \dot{f}(t) \xrightarrow{\delta_{12} \gg \gamma} + \frac{i}{\delta^2} \dot{f}(t)$$

Störparam.: $\underline{\frac{1}{\delta} \cdot \partial_t f(t)}$

$$\frac{1}{\delta^n}\partial_t^{(n)} f$$



Pulse und $\tilde\Omega\delta \gg \partial_t \tilde\Omega$:

Theorie gilt für lange unendliche Pulse

Pulsdauer $\tau^{-1} \ll \delta$

$$\dot\Delta^{(1)} = -i\left(\tilde\Omega_{21}\tilde\rho_{21}^{(1)} - \tilde\Omega_{12}\tilde\rho_{12}^{(1)}\right)$$

$$= -\frac{i}{2}\Big(\tilde\Omega_{21}\,\frac{-i}{\delta^2}\big(\tilde\Omega_{12}\Delta\big)^{\cdot} \underbrace{-\tilde\Omega_{12}\frac{i}{\delta^2}\big(\tilde\Omega_{21}\Delta\big)^{\cdot}}\Big)$$

Setze $\Delta \approx 1$ in Störg. Kurve im Feld

$$= -\frac{1}{2}\underbrace{\partial_t|\tilde\Omega_{12}|^2}_{\text{nach Produktregel}}\frac{1}{\delta^2}$$

ist der erste nichtlineare Term im Feld

$\longrightarrow$ nichtlineare Optik

Konstante durch die Anfangsbedingung erfüllt

$$\dot\Delta = -\frac{1}{2}\partial_t|\tilde\Omega_{12}|^2\frac{1}{\delta^2} \Longrightarrow \Delta = 1 - \frac{1}{2}|\tilde\Omega_{12}|^2\frac{1}{\delta^2}$$

$$\tilde{\rho}_{12}^{(0)} = \left(\text{von oben} \right) = -\frac{1}{2}\frac{\Delta}{\delta}\hat{\Omega}_{21} = -\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{|\hat{\Omega}_{12}|^2}{\delta^2}\right)\frac{\Omega_{21}}{\delta}$$

<u>in erster Näherung:</u> hat man das Ergebnis f. Übergangsamplitude:

$$\hat{\rho}_{12} = -\frac{1}{2}\left(\underbrace{\frac{\hat{\Omega}_{21}}{\delta}}_{\text{lineare Optik}} - \underbrace{\frac{1}{2\delta^3}|\hat{\Omega}_{12}|^2\hat{\Omega}_{21}}_{\text{nichtlin. Optik}}\right)$$

Kerr-Nichtlinearität $\vec{P} \sim E^3$

(Fasern, Glas, ...)

<u>Kerr-Nichtlinearität:</u>

a) proportional zu $|\tilde{E}|^2 E$

b) <u>instantane</u> Nichtlinearität

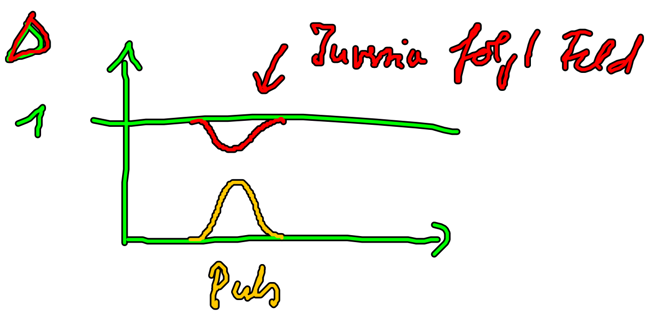
(Dipoldichte folgt dem Zeitverlauf d. Feld)

wenn $\vec{E} \to 0$, $\vec{P} \to 0$

c) andere Sprechweise:

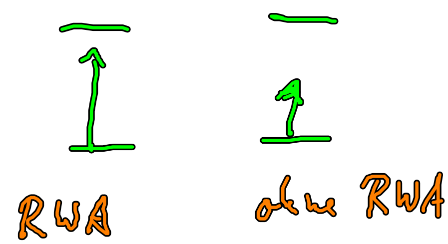
Regime d. adiabatischen Folgens

(dynamische Variablen folgen dem Feld)



man kann die Wahrscheinlichkeit auch für stark nichtresonante Anregg. ableiten

hier



im Exp. muß für $\vec{P} = \alpha |\hat{E}|^2 \hat{E}$

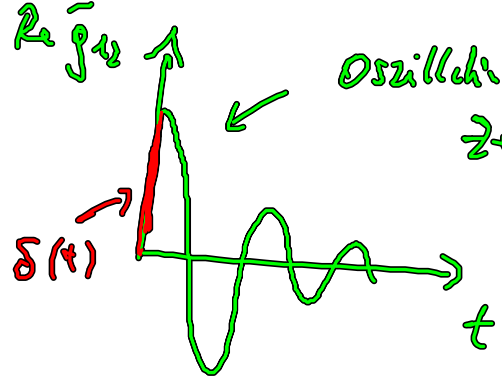
der Koeffizient α bestimmt werden

e/ Freier Induktionszerfall

$$\dot{\tilde{\rho}}_{12} = i\delta_{12}\rho_{12} - \gamma\rho_{12} + i\frac{\tilde{\Omega}_{21}}{2}\left(\overset{1}{\rho_{11}} - \overset{0}{\rho_{22}}\right)$$

$$\tilde{\rho}_{12} = \frac{i}{2}\int dt'\, e^{(i\delta_{12}-\gamma)(t-t')}\, \underbrace{\tilde{\Omega}_{21}(t')}_{\delta(t')\ \text{kurzer Puls}}$$

$$\tilde{\rho}_{12}(t) = \frac{i}{2}\, e^{(i\delta_{12}-\gamma)t}$$



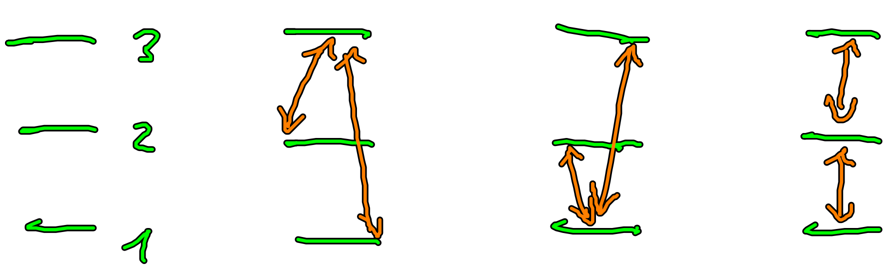
5.11.2 Dreiniveausysteme

Dreiniveausysteme bedeutsam für

- Unterniveauaufspaltung (Starkeffekt, Zeemaneffekt) aus 2 → 3 Niveaus
- andere Niveaus in der Nähe des interessanten Übergangs
- Modellsysteme f. Quanteninterferenz analog zum Doppelspaltexpt.

(eigentlich Quantenoptik)

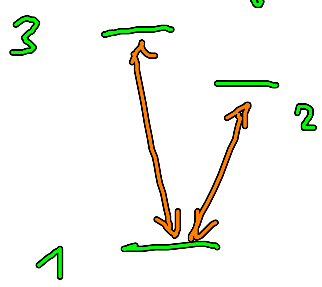
Variationen v. 3 Niveausystemen ⟷ „erlaubte optische Übergänge"



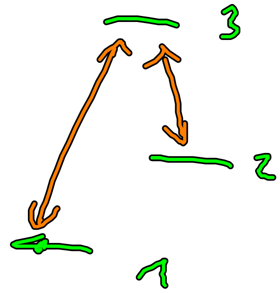
λ-System V-System Kaskaden-System

a) Quanteninterferenzen

ρ_{13} , ρ_{12}



V-System



λ-System

ρ_{23} , ρ_{13}

typische Spektroskopie: Anregg. u. Kohärenz Amplitude ⟷

typische Frage: Kann man die beschreibenden Frequenzen

V-System ω_{23}

λ-System ω_{12}

sehen?

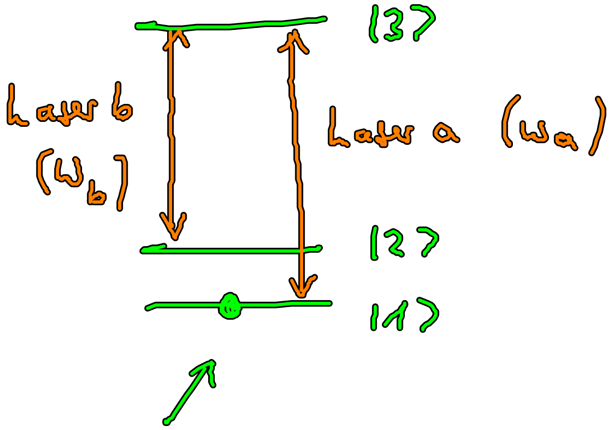
Aufgrund der qu. Interferenz sieht man nur im V-System die Überlagerungsfrequenz. halbklassisch <u>nicht</u> zu beschreiben.

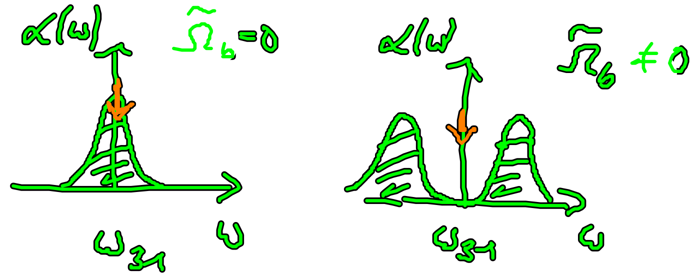
b) Elektromagnetisch induzierte Transparenz

Λ - System

b: starkes Pumpfeld $\tilde{\Omega}_b$

a: Testfeld (schwach) $\tilde{\Omega}_a$





Elektron in Grundzustand

$\rho_{11} = 1$

Transparenz

starke Modifikation von V_a

Testspektrum d. Lasers a .

Näherungen die sich bewährt haben:

- alle Besetzungen können konstant gehalten werden
  $\rho_{22} = 0 = \rho_{33}$, $\rho_{11} = 1$
- $d_{12} = 0 = d_{21}$ kein Dipolmoment
- statische Dipolmomente $\Omega_{ii} = 0$

interessiert uns für $\dot{\rho}_{13} = ?$ beschreibt $\mathrm{Im}\,\chi_{13} \rightarrow$ Absorption d. Testfelds

statisch $\vec{D}$

$$\dot{\rho}_{13} = i\omega_{13}\rho_{13} - i\left(\cancel{\Omega^*_{11}\rho_{13}} - \Omega_{31}\underbrace{\rho_{11}}_{=1}\right)$$

$$-i\left(\cancel{\Omega^*_{12}\,\rho_{23}} - \Omega_{32}\,\rho_{12}\right)$$

Übergang hat kein Dipol

$$-i\left(\cancel{\Omega^*_{13}\,\rho_{33}} - \cancel{\Omega_{33}\,\rho_{13}}\right)$$

Dichte verändert sich nicht

?

$$\dot\rho_{13} = i\omega_{13}\,\rho_{13} + i\,\underset{a}{\Omega_{31}} + i\,\underset{b}{\Omega_{32}}\,\rho_{12}$$

$$\rightarrow \dot\rho_{12} = i\omega_{12}\,\rho_{12} - i\left(\Omega^*_{13}\,\rho_{32} - \Omega_{23}\,\rho_{13}\right)$$

?

$$\rightarrow \dot\rho_{32} = i\omega_{32}\,\rho_{32} + i\,\Omega_{31}\,\rho_{21}$$

geschlossen, und AB $\dot\rho_{ij} = 0$

<u>RWA:</u>

$$\rho_{12} = e^{i\omega_{ba}t}\,\tilde\rho_{12}$$

$$\rho_{32} = e^{i\omega_b t}\,\tilde\rho_{32}$$

$$\rho_{13} = e^{-i\omega_a t}\,\tilde\rho_{13}$$

$\omega_{32} \approx \omega_b$

$\omega_{13} = -\omega_a$

$\omega_{12} = \omega_b - \omega_a$

in RWA:

$$\dot{\tilde\rho}_{13}(t) = i\tilde\Omega_a(t) + i\tilde\Omega_b(t)\tilde\rho_{12}(t)$$

$$\dot{\tilde\rho}_{12}(t) = -i\left(\tilde\Omega_a(t)\tilde\rho_{32}(t) - \tilde\Omega_b(t)\tilde\rho_{13}(t)\right)$$

$$\dot{\tilde\rho}_{32}(t) = i\tilde\Omega_a(t)\tilde\rho_{12}(t)$$

Absorption, also $\mathrm{Im}\,\chi$ des Testfelds $\tilde\Omega_a$

$$\mathrm{Im}\,\chi = \mathrm{Im}\left(\frac{\rho_{13}(\omega)}{\Omega_a(\omega)}\right)$$

ohne Vorfaktor

($d_{13}\, n_0$)

$\rho_{13}(\omega)$ ist gesucht, für konstante Pumpfelder $\tilde\Omega_b$ = konstant

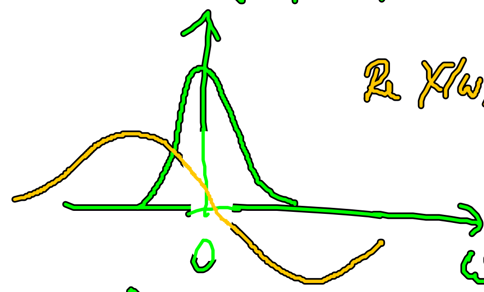
ist das Problem lösbar, dazu $\rho_{12}(\omega)$ berechnen für $\rho_{13}(\omega)$

$$\downarrow \quad \chi(\omega) = \frac{i\,(-i\omega + \gamma_{12})}{(-i\omega+\gamma_{13})(-i\omega+\gamma_{12}) + \tilde\Omega_b^2}$$

1. Grenzfall $\tilde\Omega_b = 0$

Keine Pumpe

$$\rightsquigarrow \chi(\omega) = \frac{i}{(-i\omega + \gamma_{13})} \Longrightarrow$$



$$= \frac{i\gamma_{13} - \omega}{\omega^2 + \gamma_{13}^2}$$

Γ_1

ω_b im nicht RWA

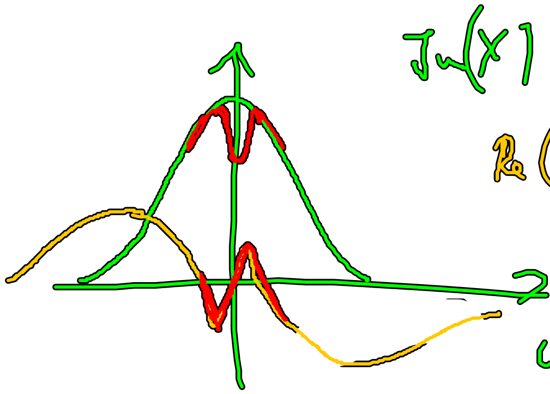
2. Grenzfall Ω_b schwach

$$\chi = \frac{i}{(-i\omega + \gamma_{13}) + \underbrace{\tilde{\Omega}_b^2}_{\text{klein}} / (-i\omega + \gamma_{12})}$$

1. Ordnung Taylor

$$\approx \underbrace{\frac{i}{(-i\omega + \gamma_{13})}}_{\text{Term ohne } \tilde{\Omega}_b} \left(1 - \underbrace{\tilde{\Omega}_b^2 \frac{1}{(-i\omega + \gamma_{12})(-i\omega + \gamma_{13})}}_{i\alpha\omega + \beta\omega^2} \right)$$

sind führende Terme in ω

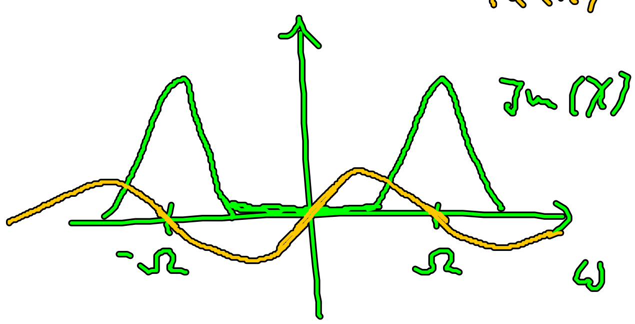


3. Grenzfall

$\tilde{\Omega}_b \gg \gamma$

$$\chi = \frac{i(-i\omega + \gamma)}{-\omega^2 + \tilde{\Omega}_b^2} \longrightarrow \frac{1}{(\omega - \tilde{\Omega}_b)(\omega + \tilde{\Omega}_b)}$$

2 neue Resonanzen $\omega = \pm \Omega_b$



qualitative Dispersion

a) durch starkes $\tilde{\Omega}_b > \gamma$ kann man die Absorption von $\tilde{\Omega}_a$ abschalten. passiert f. $\omega_a \neq \omega_b$

man kann Transparenz um 10^8 ändern

<u>Ursache:</u> Quanteninterferenz in 3 Niveau System

b) Gruppengeschwindigkeit $\left(\sim \frac{\partial k}{\partial \omega}\right)$

kann bis auf $\frac{m}{s}$ verkleinert werden,

es gibt auch Konfiguration mit $v_G < 0$