

Theoretische Physik II: Quantenmechanik I

- Dozent: Holger Stark, EW 709, Tel: 29623
email: Holger.Stark@tu-berlin.de
<http://www.itp.tu-berlin.de/stark>
- Zeit: Di: 8³⁰-10⁰⁰
Mi: 8³⁰-10⁰⁰ } EW 201
- grobe Inhaltsangabe:
 - I. Die Entwicklung der Quantentheorie (QT)
 - II. Der formale Rahmen der QT
 - III. Anwendungen der QT
- Voraussetzung: Mathematische Methode der Physik } Vorlesungsaufschrieb
Mechanik } → Internet
Mathematik-Vorlesung
- Literatur: → Webseite
- Webseite: www.itp.tu-berlin.de/stark/ → Lehre

- Übungen: WMs: Judith Lehnert
Max Schmitt
Andreas Zöttl
Tutoren: ?
Details: s. Webseite
Vorstellung am Mittwoch
- Achtung: Vorlesungsaufschrieb ≠ Skript!
- Wiederholer: „ δ -Funktion“ → Mechanik, WS 11/12: 15.11.11

I. Die Entwicklung der Quantenmechanik

• Quanten Theorie (QT): modernerer Ausdruck als Quantenmechanik (QM)

QM: Entwicklung aus der Mechanik heraus

• Ende 19. Jh: abgeschlossenes System der klass. Physik
klass. Mechanik, E.-dynamik, Thermodynamik,
statistische Mechanik

Beginn 20. Jh: „Erschütterungen“

(i) Lichtausbreitung paßt nicht in Rahmen der klass. Mechanik

→ Spezielle Rel. Theorie (SRT) (s. Mechanik Vorlesung)

$c = \text{konst. in jedem Inertialsystem}$

→ Lorentztrafo

→ relativ. Mechanik

(ii) Hinweise: klass. Physik versagt im atomaren, mikroskopischen
Bereich (Längen $\leq 1 \text{ nm}$)

→ Quantentheorie mit Welle-Teilchen-Dualismus

Energie wird in Energie-
quanten / portionen auf-
genommen, nicht kontinuierlich

klass. Teilchen / Wellen
gibt es nicht

Teilchen haben Wellencharakter
„Wellen“ Teilchencharakter

→ Heisenbergsche Unschärfe-
relation

1. Erinnerung: Mechanik relativistischer Teilchen

• Impuls:

$$\boxed{p = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} v} \quad (1.1)$$

geschn. abh. Impuls-
masse: $\rightarrow \infty$ für $v \rightarrow c$
 $m \dots$ Ruhemasse

Energie:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.2)$$

... $E \rightarrow \infty$ für $v \rightarrow c$, also: $v=c$ nicht erreichbar für $m \neq 0$

• Um schreibung:

(i) (1.2) $\xrightarrow{(1.1)}$ $E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$ (1.3)

Beweis: Übungen

(ii) nichtrelativ. Grenzfall: $v \ll c \rightarrow p \ll mc$

(1.3) \rightarrow $E = mc^2 + \frac{p^2}{2m}$ (1.4)

Beweis: Übungen

(iii) Geschwindigkeit:

$$\underline{v} = \underline{\nabla}_p E \quad (1.5)$$

mit $\underline{\nabla}_p = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial p_1} \\ \frac{\partial}{\partial p_2} \\ \frac{\partial}{\partial p_3} \end{pmatrix}$

$$[v_{gr} = \underline{\nabla}_k \omega(\underline{k})]$$

Beweis: s. Übungen

2. Das Versagen der klass. Physik

& Welle-Teilchen-Dualismus

- Krise der klass. Physik
- & neue Konzepte

2.1 Licht als Teilchen

- E-dynamik: Licht \equiv em. Welle: $\left. \begin{aligned} \underline{E}(\underline{r}, t) &= \text{Re} \left[\underline{E}_0 e^{i(\underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t)} \right] \\ \underline{B}(\underline{r}, t) &= \text{Re} \left[\underline{B}_0 e^{i(\underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t)} \right] \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{ebene} \\ \text{Welle} \end{array}$

\underline{k} ... Wellenvektor
 $k = |\underline{k}|$... Zahl
 ω ... Kreisfrequenz

$$\boxed{\omega = c k} \quad (2.1)$$

... Dispersionsrelation

NB: $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$.. Frequenz
 $\lambda = \frac{2\pi}{k}$.. Wellenlänge

$$c = \lambda \nu \quad (2.2)$$

... wird hier nicht verwendet

- (i) Beugung am Einzel-/Doppelspalt, Gitter
 - (ii) Bragg-Reflexion von Röntgenstrahlen am Kristall [→ Festkörperphysik]
- } Interferenz
zweier Wellen

$$\underline{E} = \underline{E}_1 + \underline{E}_2$$

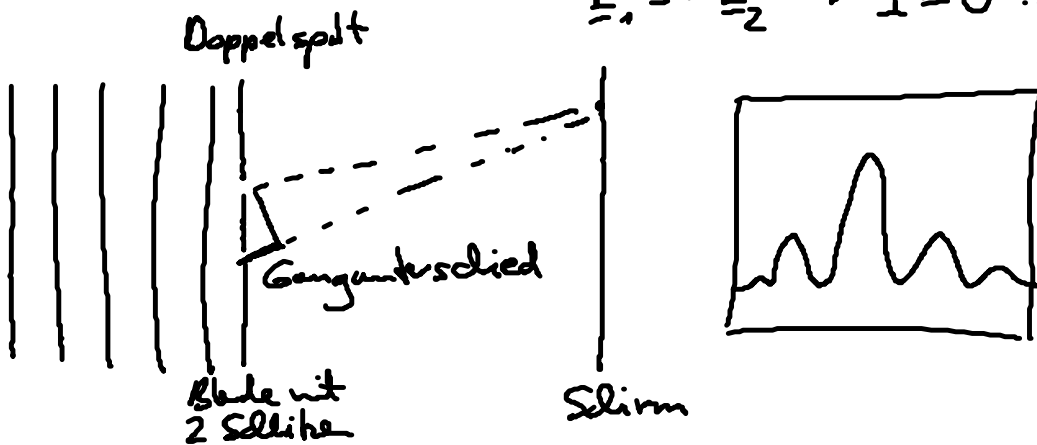
$$\rightarrow I = \underline{E}^2$$

$$= \underline{E}_1^2 + 2\underline{E}_1 \cdot \underline{E}_2 + \underline{E}_2^2$$

Intensität ... Meßgröße auf Schirm

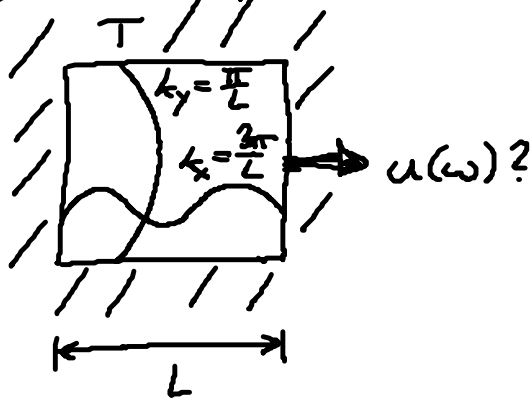
also: $\underline{E}_1 = \underline{E}_2 \rightarrow I = 4\underline{E}_1^2$... konstruktiv

$\underline{E}_1 = -\underline{E}_2 \rightarrow I = 0$... destruktiv



a) Hohlraumstrahlung

- Hohlraum bei Temp. T : (schwarzer Körper)



Strahlungsgleichgewicht
(Absorption = Emission von Wänden)

→ stehende Lichtwellen

(1) Wellenvektor: $\underline{k} = \frac{\pi}{L} (n_x, n_y, n_z)$
 $n_i = 1, 2, \dots$

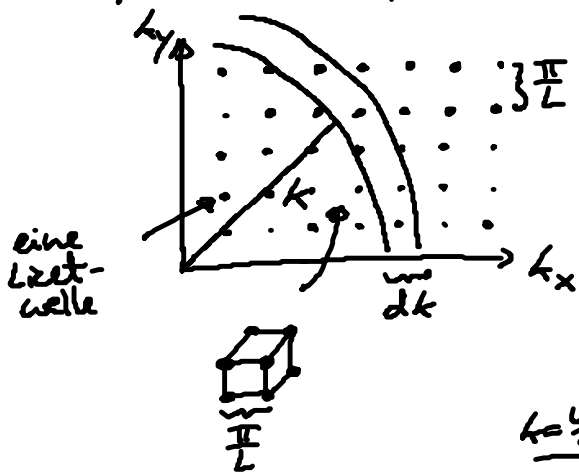
(2) Energie des Lichtfeldes:

in $[\omega, \omega + d\omega]$: $\underbrace{u(\omega)}_{\text{Energie pro Volumen}} L^3 d\omega$

• Klass. Berechnung: $u(\omega) L^3 d\omega =$ Anzahl N stehender Wellen in $[\omega, \omega + d\omega]$ × mittlere Energie

(1) (2)

(1) mit $\omega = ck$, N in $[k, k + dk]$?



Quasi-Kontinuum für $k \gg \frac{\pi}{L}$

also: $N = \frac{\frac{1}{8} \text{Vol. Kugelschale}}{k\text{-Raum-Vol. pro Zustand}} \times \underbrace{2}_{\text{Lichtpolarisation}}$

$$= \frac{2}{8} \frac{4\pi k^2 dk}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^3}$$

$k = \frac{\omega}{c}$
 $dk = \frac{1}{c} d\omega$

$$N = \frac{L^3}{\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega$$