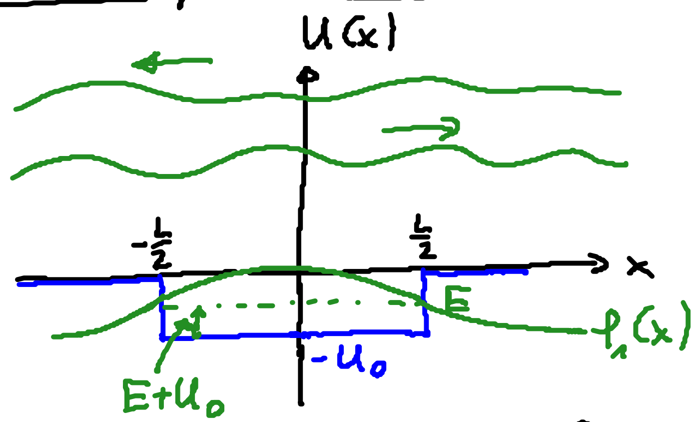
· 1D-SG: $\varphi''(x) = \frac{2m}{\hbar^2}[U(x)-E]\varphi(x)$ (8.2)

· <u>Potentialtopf endlicher Tiefe</u>:

s. Übungen
hier: Bemerkungen!




(i) gebundene Zustände: $E<0$

$|x| \geq \frac{L}{2}$: $\varphi'' \overset{(8.2)}{=} \underbrace{-\frac{2m}{\hbar^2}E}_{\varkappa^2>0}\varphi(x)$

$\boxed{\text{klass. verbotener Bereich}}$

$\longrightarrow \varphi(x) \sim e^{-\varkappa|x|}$

$\varkappa^{-1}$ ... Eindringtiefe

$|x| \leq \frac{L}{2}$: $U(x) - E = -(E+U_0)$

$\longrightarrow \varphi(x) \sim \cos kx, \sin kx$ mit $k$ aus $E+U_0 = \frac{\hbar^2k^2}{2m}$

bei $|x| = \frac{L}{2}$:
stetiges $\varphi(x), \varphi'(x)$!
$\longrightarrow$ Anschlußbedingungen
$\longrightarrow E \to k, \varkappa$

(ii) ungebunde, Streu-Zustände: $E>0$

(8.2): $\varphi''(x) + k^2\varphi(x) = 0$

$$k^2 = \begin{cases} 2mE/\hbar^2, & |x| > \frac{L}{2} \\ 2m\frac{E+U_0}{\hbar^2}, & |x| \leq \frac{L}{2} \end{cases}$$

$\longrightarrow$ oszillierende Lsgn:

$e^{\pm ikx}$ ... nach rechts/links laufende Welle

NB: $j = \frac{\hbar}{2im}[\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*] = \pm\frac{\hbar k}{2m}$ ... Strom nach rechts/links

$\longrightarrow$ kontinuierliches Energie-EW Spektrum

Bemerkungen zu (i): $E<0$:

also: (1) weiterhin diskretes Energie-EW-Spektrum

(2) $U_0$ endlich & $E<0$:

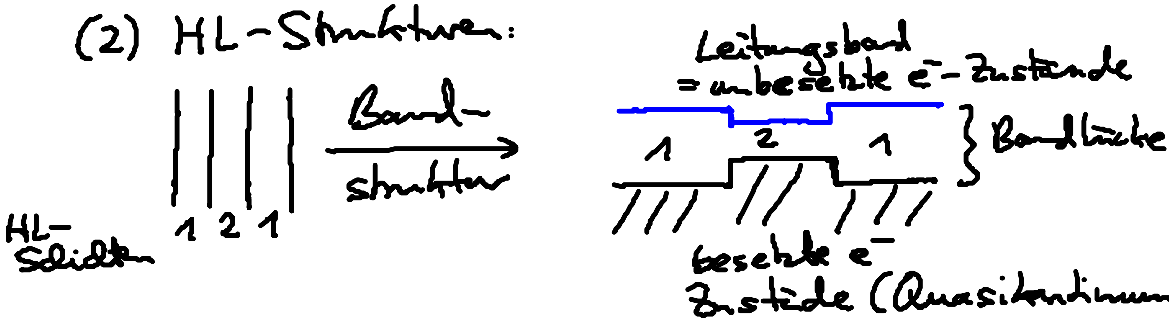
$\longrightarrow$ <u>endliche</u> Anzahl von gebundenen Zuständen

(iii) Anwendung:

(1) einfachstes Modell für kurzreichweitige Kräfte: Reichweite $= L$

Bsp: Kernkräfte: n-p-System = Deuterium

(2) HL-Strukturen:

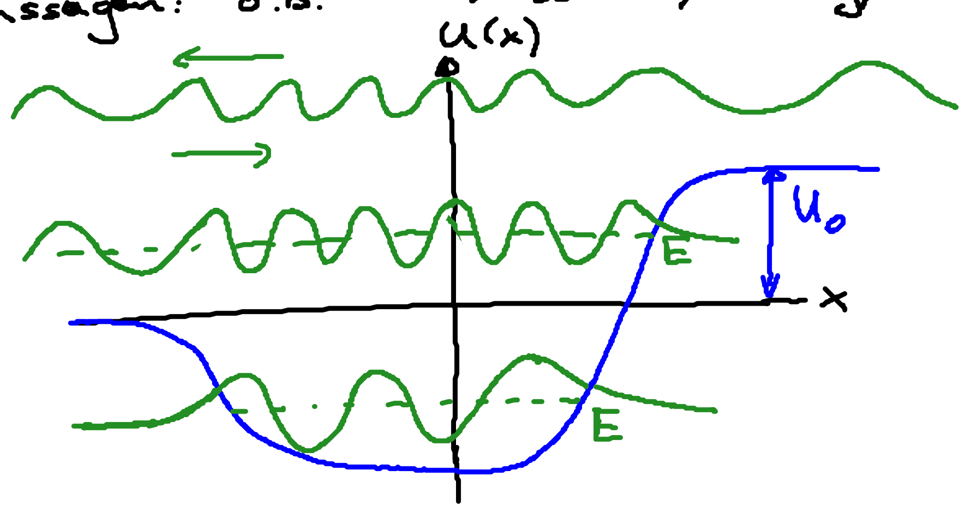



## 8.2 Allgemeine Betrachtungen

- Aussagen zu Eigenfktn/-werte

a) <u>allgemeines Potential</u>

- Aussagen: o.B. $\longrightarrow$ Schwabl, Nolting, Messiah, Cohen-Tannoudji



Diskutiere 3 Bereiche:

(i) $E<0$: gebundene Zustände

- diskretes Spektrum nicht entarteter EW
- im Bereich $U(x)<E$: oszillierendes $\varphi$
  $U(x)>E$ (klass. verbotene Bereich): exponentiell gedämpftes $\varphi$
- es gibt immer mind. einen gebundenen Zustand
- Knotensatz: Die Bindungszustände $\varphi_n$ $(n=1,2,\dots)$ besitzen $n-1$ Knoten ($\hat{=}$ „Nulldurchgängen")

(ii) $0<E<U_0$: „Reflexionszustände"

- kontinuierliches Spektrum nicht entarteter EW
- im Bereich: $U(x)<E$: oszillierendes $\varphi$ aus Interferenz von einlaufender/reflekt. Welle
  $U(x)>E$: exp. gedämpftes $\varphi$

(iii) $E>U_0$: ungebundene/Streu-zustände

- kont. Spektrum zweifach entarteter EW für nach rechts/links laufende Welle

b) symmetrische Potentiale & Parität

- Führe ein: Paritätsoperator $\boxed{Pf(x) = f(-x)}$ (8.6) … „Spiegelung an $x=0$"
- Annahme: $PU(x) = U(x) \longrightarrow PUf(x) = UPf(x)$
  wegen: $P\frac{d^2}{dx^2}f(x) = \frac{d^2}{d(-x)^2}f(-x) = \frac{d^2}{dx^2}f(-x) = \frac{d^2}{dx^2}Pf(x)$

gilt $\left[\text{mit } \hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + U(x)\right]$

$$\longrightarrow P[\hat{H}f(x)] = \hat{H}Pf(x) = \hat{H}f(-x)$$

$$\longrightarrow \boxed{[P,\hat{H}] = 0} \quad (8.7)$$

…. Spiegelsymmetrie von $U(x)$, $\hat{H}$

NB: gilt auch für andere „Symmetrieoperationen"!

- Eigenzustände:

$$\hat{P} \;\Big|\; \hat{H}\varphi(x) = E\varphi(x) \longrightarrow \hat{H}\varphi(-x) = E\underbrace{\varphi(-x)}_{\text{auch Eigenfkt zu } E!}$$

(i) gebundene Zustände:

<u>keine</u> Entartung $\longrightarrow$ $\varphi(x) \sim \varphi(-x)$

$\varphi$ reell $\longrightarrow$ $\boxed{\begin{array}{ll}\text{gerade Parität:} & \varphi(x) = \varphi(-x) \\ \text{ungrade} \quad " \;: & \varphi(x) = -\varphi(-x)\end{array}}$

(ii) ungebundene Zustände:

zweifache Entartung $\longrightarrow$ gerade Parität: $\varphi(x) + \varphi(-x)$

ungrade " $\varphi(x) - \varphi(-x)$