Mathematische Methoden der Physik (3233 L050)

VL SS 2013 Eckehard Schöll

Bachelorstudiengang Physik: Pflichtvorles. 2. Semester
4 ECTS

VL Do 8:30 – 10:00 EW 201

UE Kleingruppen (Tutorien), Anmeldung MOSES 1.–10.4.13
Beginn 15.4.13
Kathy Lüdge, Judith Lehnert, Andrea Vüllings
Tutoren Samuel Brem, Zeynep Cetinkaya, Jurijs Grecenkovs

http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss13

e-Kreide

Klausur 12.7.13 H 0104 8:00 – 10:00

2 Säulen der Physik:

- Exp. physik: Physikal. Phänomene im Vordergrund

- Theor. Physik: grundlegende theoret. Konzepte und Methoden im Vordergrund, systemat. Einordnung u. Beschreibung der einzelnen Phänomene, Entwicklung von Modellen u. Lösungsmethoden

Was ist das Gemeinsame / Unterschiedliche von Phänomenen, die in unterschiedlichen Gebieten vorkommen? (z.B. Schwingungen / Wellen)

Max Planck: „Theorie ohne Experiment ist leer,
Experiment ohne Theorie ist blind"

abstrakte Ebene $\boxed{\text{Modell, math. Formalismus}}$

Reduktion auf das Wesentliche ↑ „Ansatz" „Interpret." ↓ Verständnis

konkrete Ebene $\boxed{\text{Wirklichkeit, phys. Phänomene}}$

Die Sprache der Physik ist die Mathematik !

⇒ Mathematische Methoden

- im Vordergrund: Anwendung von Tools, keine strengen Beweise ⟶ Höhere Math. I – IV

Inhalt der Vorlesung

1. Funktionen (Grundbegriffe der Analysis)
   z.B. Ableitung, Taylor-Entwicklung
2. gewöhnliche Differentialgl.
   z.B. Newton'sche Bewegungsgl.
   $m\ddot{\underline{r}}(t) = \underline{F}(\underline{r}(t))$ Koord. $\underline{r}$, Masse m, Kraft $\underline{F}$
3. Partielle Differentialgln.
   z.B. Schrödingergl. der Quantenmechanik
   $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\underline{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\underline{r},t)$ freies Teilchen
   Wellenfkt. $\psi(\underline{r},t)$
   Δ Differentialop. (Laplace)
   $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ Planck'sches Wirkungsquantum
4. Vektoren, Vektorfelder, Koordinatentransf.
   z.B. $\underline{E}(\underline{r},t)$ elektrisches Feld
   $\underline{B}(\underline{r},t)$ magn. Induktion
5. Vektoranalysis
   z.B. Induktionsgesetz $\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \underline{B}(\underline{r},t)$

∇ Nabla-Op. (Ableitungsop.)

Lit.: W. Nolting, Grundkurs Theor. Phys. Bd. I (Mech.)
S. Großmann, Math. Einführungskurs für die Physik
H. Schulz, Physik mit Bleistift
May-Britt Kallenrode: Rechenmethoden der Physik

- e-Kreide-Manuskript E. Schöll

** Besuch der VL und Übung dringend empfohlen! *

Weitere Kursvorlesungen in Theor. Physik:

WS	Theoret. Physik	I:	Mechanik (4+2)	BSc
SS	"	II:	Quantenmechanik	
WS	"	III:	Elektrodynamik	
SS	"	IV:	Thermodyn. u. Statistik	
WS	Theor. Phys.	V:	Quantenmechanik	MSc
WS+SS	"	VI:	Vertiefung (Auswahl)	

1. Funktionen

1.1 Funktionen einer Variablen

$f: D \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ reelle Funktion

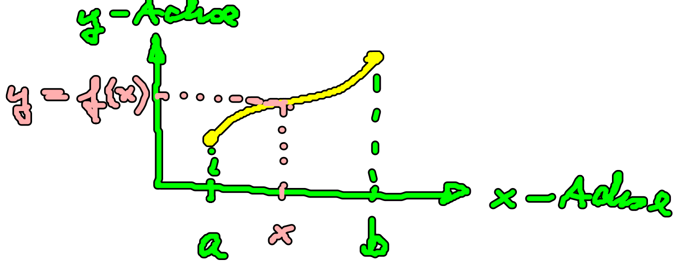
$x \in D \longmapsto f(x)$ D Definitionsbereich

(z.B. $D = \mathbb{R}$, $D = [a,b]$)

$B \subset \mathbb{R}$ Bildmenge, Wertebereich

(reellwertige Fkt.)

Graph einer Fkt.

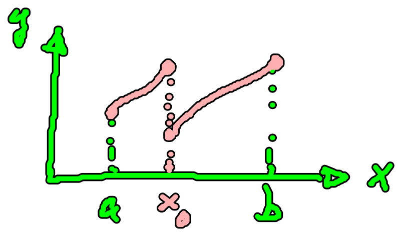


Stetigkeit

Def.: f heißt **stetig** an der Stelle $x \in D$, falls $\lim_{h \to 0} f(x+h) = f(x)$

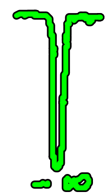
($\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0$, so dass für alle $\xi \in D$ mit $|x - \xi| < \delta$ gilt: $|f(x) - f(\xi)| < \varepsilon$)

Gegenbeispiel:



f ist unstetig in x_0

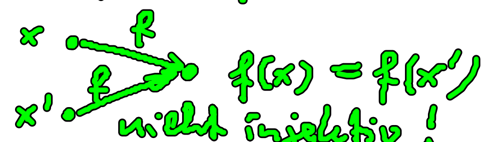
z.B. wichtig bei Wellenfkt. in der Quantenmechanik (muss stetig sein für endliche Potenziale, Sprungbed. für singuläre Pot. $\delta(x)$ Dirac'sche Delta-Fkt.



)

Umkehrfkt.

Sei f eine **injektive** Fkt., d.h. $f(x) \neq f(x') \ \forall x \neq x'$ in D

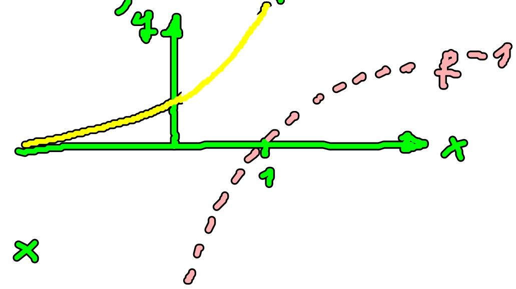


Umkehrfkt.: $f^{-1}(x)$

es gilt $f^{-1}(f(x)) = x$

$f(f^{-1}(x)) = x$

Beispiele: 1) $f(x) = e^x$ $\quad (D = \mathbb{R},\ B = f(D) = \mathbb{R}^+)$



$f^{-1}(x) = \ln x$

$(D = \mathbb{R}^+,\ B = \mathbb{R})$

denn $e^{\ln x} = \ln e^x = x \underbrace{\ln e}_{1} = x$

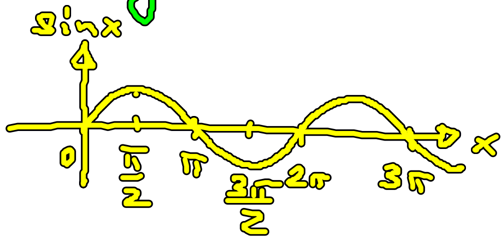
2) $f(x) = a^x = e^{\ln a^x} = e^{\underbrace{x \ln a}_{u}}$

$f^{-1}(x) = \log_a x$ (Logarithmus zur Basis a)

$= \frac{\ln x}{\ln a}$ (weil $y = e^u \Leftrightarrow u \equiv x \ln a = \ln y$)

$f^{-1}(f(x)) = \log_a (a^x) = \frac{\ln(a^x)}{\ln a} = \frac{x \ln a}{\ln a} = x$ $\quad \square$

3) Arcusfunktionen sind Umkehrfkt. von trigonometrischen Funktionen sin, cos, tan, cot

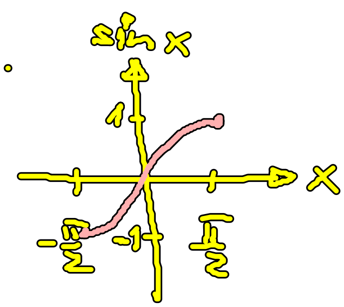


nicht injektiv!

$\Rightarrow$ Umkehrung nur auf endl. Intervall möglich

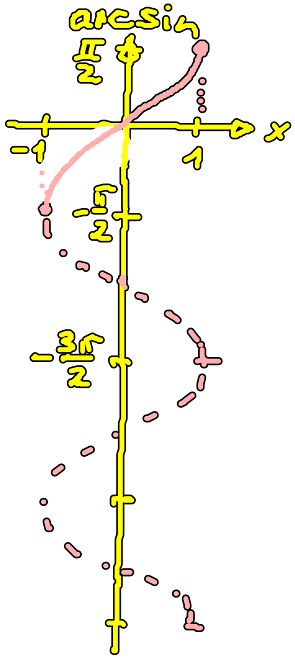
$\Rightarrow$ mehrere Zweige der Umkehrfkt.

z.B.



$\sin x : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \to [-1, 1]$

Hauptzweig



$\arcsin : [-1, 1] \longrightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$$\left\{ \begin{array}{ll} -\arcsin x + (2n+1)\pi, & n \in \mathbb{Z} \\ +\arcsin x + 2\pi n, & n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

<u>Def.</u>: $f: D \to M$ heißt <u>surjektiv</u>, falls $B = M$

$f: D \to M$ heißt <u>bijektiv</u>, falls f injektiv u. surjektiv

(umkehrbar eindeutig)