

Theoretische Physik II - Quantenmechanik

Andreas Kurrer

EW 742, Di: 13-14 Sprechstunde

Anmeldung MOSES

VL Di/Mi 8¹⁵ - 9⁴⁵

EW 201

I Einführung und historischer Abriss

1.) Was bisher geschah ...

Klass. Mechanik

Teilchen, Bahnen

$$\vec{r} = \vec{r}(t), \vec{p} = \vec{p}(t)$$

Newtons Gleichung

Klass. Elektrodynamik

Wellenfelder, Interferenz

$I(\vec{r}, t)$, Dispersionsrelation

$$\omega = \omega(\vec{k})$$

Konzept: Teilchen + Wellen stehen nebeneinander

Quantenmechanik führt zu Verknüpfung der Begriffe
(auch später QM II)

Beobachtung v. Objekten auf atomarer Skala zwingt
zu Verknüpfung der Begriffe..

2. Historische Verlauf

• 1859 Justus Kirchoff : Strahlung eines Körpers bei
Temperatur T ,
Energiedichte $\rho(\omega)$ als Fkt der Frequenz

• 1900 Max Planck : empirische Formel

$$\rho(\omega) \sim \frac{(\hbar\omega)^3}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad (TP IV)$$

↑
Boltzmann konstante

Plancks Ableitung .:

Materie als Oszillator beschrieben wurde

das nur Energieportionen $\Delta E = h\nu$ auf und abgeben kann

• 1905 Albert Einstein: Quantenhypothese f. Licht (Photoeffekt)

• 1907/11 Einstein, Peter Debye: spezifische Wärme

• 1923 Arthur Compton: Röntgenstrahlung verhält bei Streuung an Elektronen wie Teilchen

Licht als Teilchen

(Beschreibung wie Billardkugel)

• 1928 Davisson - Germer: Elektronenbeugung an Kristalloberfläche

Elektronen als Wellen

• 1923 de Broglie: Verbindg. v. Wellen und Teilchen hergestellt

Impuls - Wellenlänge: $\vec{p} = h \vec{k}$, $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda_B}$

↑ Impuls d. Teilchens ↑ Wellenvektor d. Welle ↑ de Broglie Wellenlänge

• 1911 Rutherford's Atommodell

Elektron auf Bahn um kleinen Kern

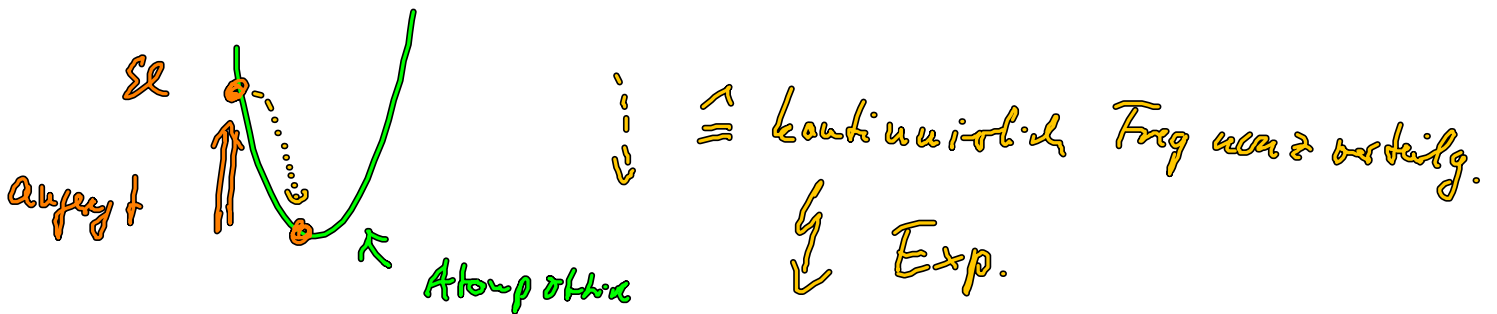
→ ist groß Herausforderung f. Theorie

weil klass. Mech. + ED das nicht liefert

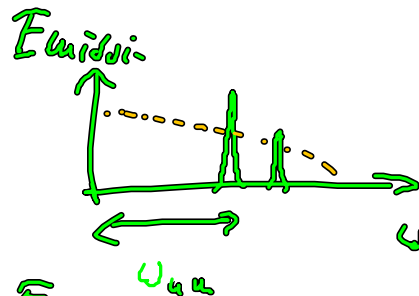
§ stabile Atome wegen Abschuld. durch

beschleunigte Bewegung d. Elektronen

ebenso sollte bei Anreg. in klass. Potential



Experiment: diskrete Spektren



empirisch:
$$\omega_{kn} = \frac{E_k - E_n}{\hbar}$$

n, k : natürliche Zahl, durch quantisierbar

$$H\text{-Atom } E_n \sim \frac{1}{n^2}$$

Balmer d. H-Atoms

- ab 1913: Bohr - Sommerfeld Theorie

f. Atomspektra durch modifizierte Hamilton Theorie

Phase integral $\int d\vec{q} \cdot \vec{p}(\vec{q}) = \hbar n \rightarrow E_n = \frac{m e^4}{2 \hbar^2 n^2}$

Linie-
integral
über
periodisch
Beh. d. Elektron

↑ ↗
Hamilton-
variable

↑
bestimmt die
erlaubte Bahnen

Konstante nicht vollständig erklärt werden

- Stark- und Zeeemann effekt: Aufspaltung d. Spektrallinien im elektrisch und magnetisch Feld → noch nicht verstanden Daten

- 1925 Werner Heisenberg entwickelt Quantenmechanik

"physikalische Theorie sollte sich an beobachtbaren
Größen orientieren"

Bahn $x(t)$ sollte nicht aufstecken (nicht beobachtet)

beobachtet ist ω_{un}

$$x(t) \rightarrow X_{un}(t) = X_{un}(0) e^{i\omega_{un} t}$$

periodisch verlaufend $(u, n) \rightarrow$ Matrix

festzustellen

$$V_{un}(t) = \dot{X}_{un}(t) = i\omega_{un} X_{un}(t)$$

$$E_n = \frac{1}{\hbar} \omega_n$$
$$= i(\omega_n - \omega_m) X_{un}(t)$$

$$= i(\omega_n X_{un} - X_{un} \omega_m)$$

$$\frac{1}{\hbar} \sum_i \omega_i \delta_{in} X_{im} = \frac{1}{\hbar} \sum_i H_{ni} X_{im}$$

$$H_{ni} = \hbar \omega_i \delta_{in}$$

Matrixprodukt

$$\dot{\hat{X}} = \frac{i}{\hbar} (\hat{H} \hat{X} - \hat{X} \hat{H}) = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{X}]$$

Matrixgleichung für \hat{X}

Kommutator $\equiv (\hat{H} \hat{X} - \hat{X} \hat{H})$

Was ist \hat{H} ? \hat{H} hat Bez. zu Energie dem

Bewegungsgl. d. Heisenberg QM,

und \hat{H} physikalisch für die Stärke der

insbes. $\hat{X} = \hat{H} \rightarrow \dot{\hat{H}} = 0 \hat{=} \hat{H}$ Energie unv. in konservativen Systemen

• 1926: Erwin Schrödinger Hans Arosa Gleichzeitigkeit
1925

Gleichg. f. Materiewellen $\psi(\vec{r}, t)$

Idee: separate Befunde und sie bezieht:

a) Interferenz v. Elektronen sollte existieren

$\rightarrow \psi = \psi_1 + \psi_2$ sollte log. sein

wenn ψ_1, ψ_2 log. sind

⇒ line Dgl. gesucht

b) Aghat wird: Anfangsbeding. soll angegeben sein,
um $\psi(\vec{r}, t)$ zu bestimmen —

⇒ Dgl. 1. Ordng. in Zeit: $\psi(\vec{r}, t=0)$ als AB

c) der Braglie Beziehung soll gelten

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}, \quad \frac{\vec{p}^2}{2m} = \hbar \omega$$

an a) eben Wellenlösung: $\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$
↑
Amplitude

und c) $\psi = \psi_0 e^{i(\vec{p} \cdot \vec{r} - \frac{\vec{p}^2}{2m} t) \frac{1}{\hbar}}$

$$\partial_t \psi = -\frac{i}{\hbar} \frac{\vec{p}^2}{2m} \psi$$

$$\nabla^2 \psi = -\frac{\vec{p}^2}{\hbar^2} \psi$$

⏟
 \vec{p}^2 eliminieren

