

English summary

6 Nonlinear dynamics and applications to lasers

6.1 Rate equations

$$\text{intensity: } \dot{I} = I(D-1)$$

$$\text{carrier inversion: } \dot{D} = \gamma (P - D(1+I))$$

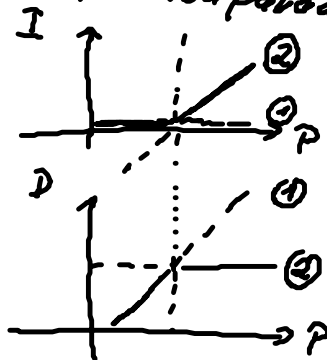
↑
timescale
parameter

↑
pump current \Rightarrow bifurcation parameter

} dimensionless form

$$\text{fixed points: } \textcircled{1} I=0, D=P$$

$$\textcircled{2} I=P-1, D=1$$



transcritical
bifurcation

electric field $E \in \mathbb{C}$

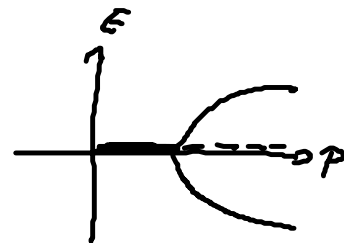
$$\dot{E} = \frac{1}{2} E (D-1)$$

$$\dot{D} = \gamma (P - D(1+E^2))$$

} fixed points:

$$\textcircled{1} E=0, D=P$$

$$\textcircled{2} E = \pm \sqrt{P-1}, D=1$$



7. Anwendungen auf Neurodynamik

Gehirn: 10^{10} Neuronen mit ca. $10^{12} - 10^{13}$ Verknüpfungen (Synapsen)
 \Rightarrow Komplexes Netzwerk

zeitverzögerte Kopplungen durch Signallaufzeiten
 zeitverzögerte Rückkopplung durch biochemische Prozesse und
 Signalverarbeitungszeiten

Rauschen wird durch den Input sehr vieler anderer Neuronen simuliert.

bisher (Kap. 5.1, 5.2): - Kontrolle der Kohärenz
 - Kontrolle der Zeitskalen } in derzelnen, isolierten Systemen

jetzt: zentrale Fragestellung: Kontrolle von Synchronisation in gekoppelten (neuronalen) Systemen

7.1 Kontrolle von rauschinduzierten Oszillationen von gekoppelten Neuronen

Modellgleichungen: FitzHugh-Nagumo-System

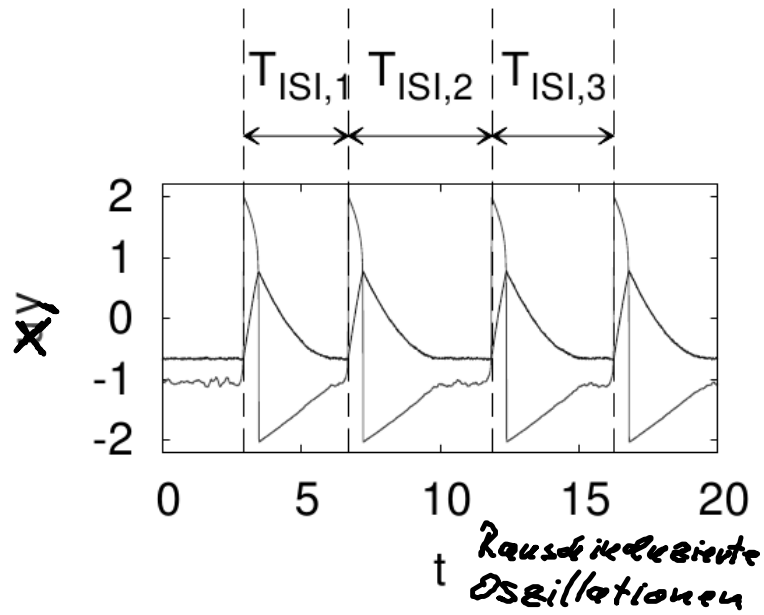
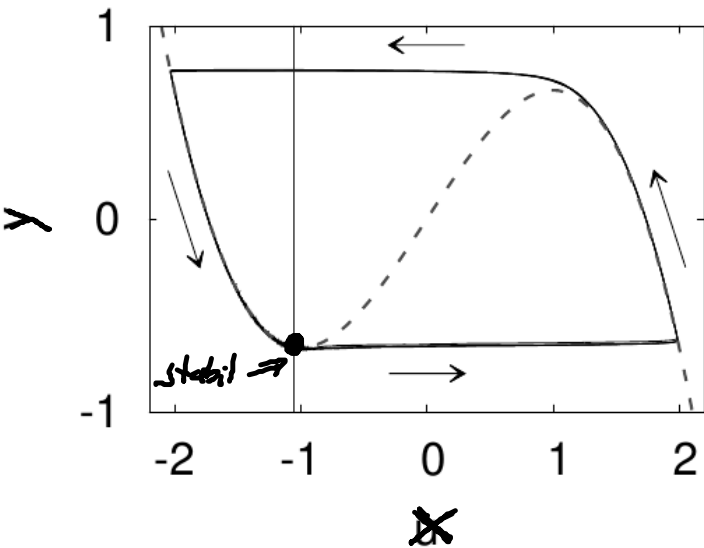
$$\left. \begin{aligned} \epsilon_i \dot{x}_i &= x_i - \frac{x_i^3}{3} - y_i \\ \dot{y}_i &= x_i + a_i \end{aligned} \right\} + \text{Kopplung} + \text{Rückkopplungskontrolle} + \text{Rauschen}$$

x_i : Aktivatorvariable (Aktionspotential)

y_i : Inhibitorvariable (recovery variable, Ionenkonzentrationen)

Parameter: a_i : Schwellenparameter

ϵ_i : Zeitskalentrennung, $\epsilon_i \ll 1 \Rightarrow x_i$ viel schneller als y_i .

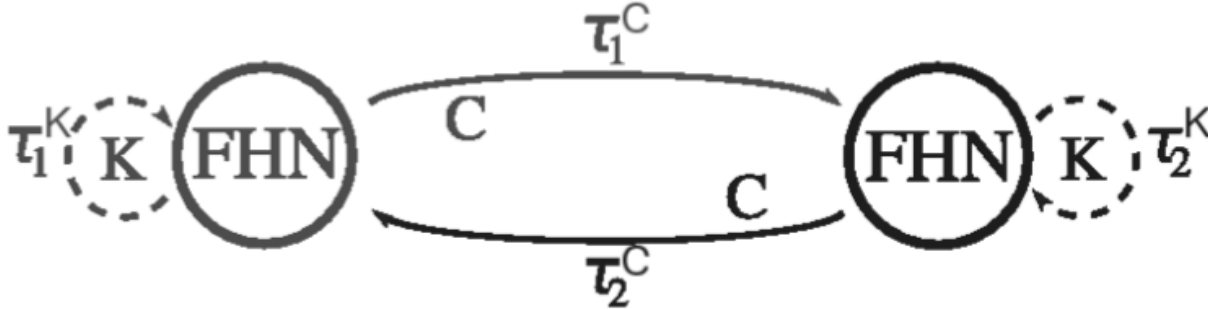


$a = 1.05$, $\epsilon = 0.005$, Rauschintensität: $D = 0.02$ (1eluzelles FitzHugh-Nagumo-System mit Rauschen)

zusätzlich: Kontrolle durch zeitverzögerte Rückkopplung

etwa in der Inhibitionsgleichung: $\dot{y}_i = x_i + a_i + K(y_i(t-\tau) - y_i(t))$

Kontrollschema: 2 gekoppelte Neuronen + Rückkopplung



etwa: $\epsilon \dot{x}_i = x_i - \frac{x_i^3}{3} - y_i + C(x_j(t-\tau^C) - x_i(t))$

$\dot{y}_i = x_i + a_i + \underbrace{D_i \xi_i(t)}$

Gaußscher, weißes Rauschen

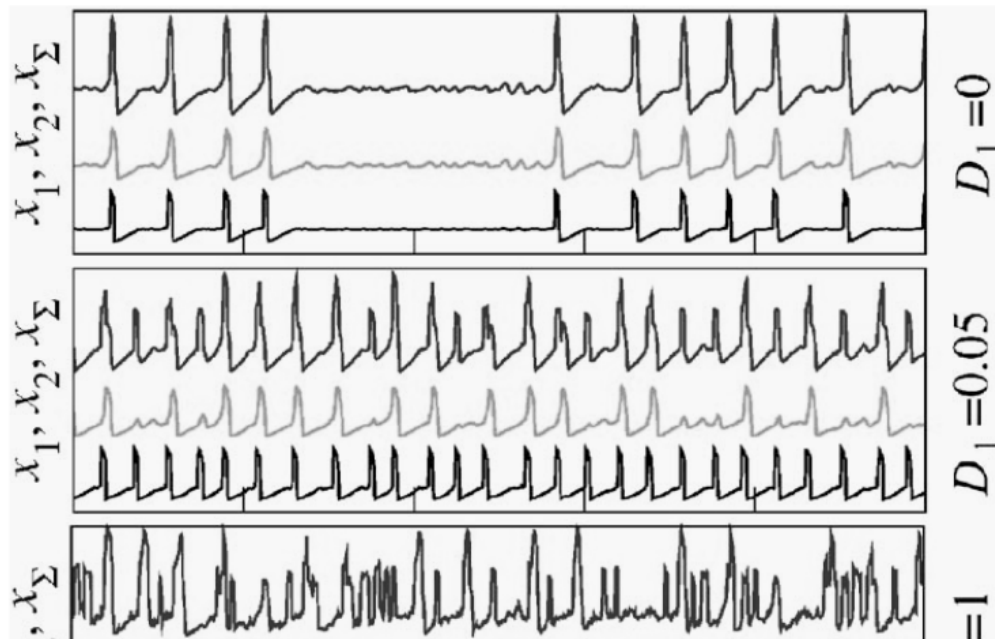
$\langle \xi_i \rangle = 0$, $\langle \xi_i(t) \xi_j(t') \rangle = \delta_{ij} \delta(t-t')$

Exemplarische Zeitserien für 2 gekoppelte Neuronen (Zunächst ohne Kontrolle):

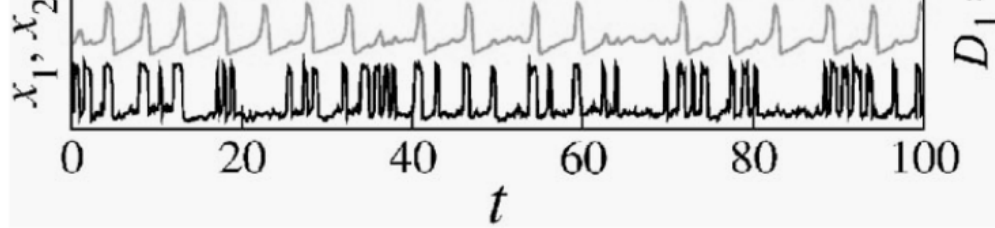
PHYSICAL REVIEW E 74, 051906 (2006)

Noise-induced cooperative dynamics and its control in coupled neuron models

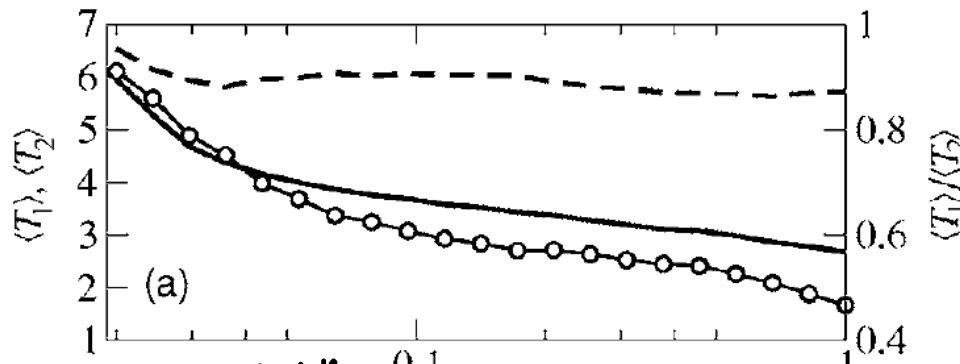
B. Hauschildt,^{1,*} N. B. Janson,^{2,†} A. Balanov,^{1,3,‡} and E. Schöll^{1,§}



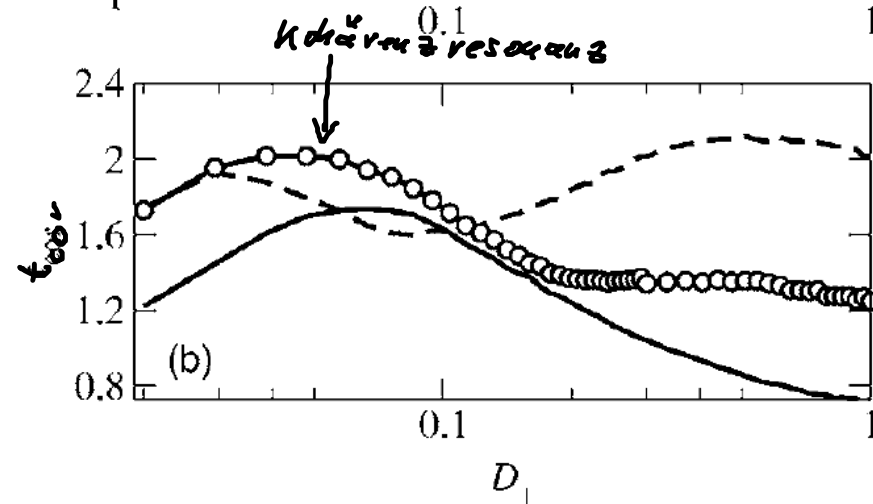
$a = 1,05$
 $\epsilon_i = 0,005$
 $\epsilon_2 = 0,1$
 $C = 0,07$
 $D_2 = 0,05$
 wechselseitige Anregung der Systeme über die Kopplung
 → Abhängigkeit von Kopplungsparameter C und



Rausch in den Signalen D_1, D_2

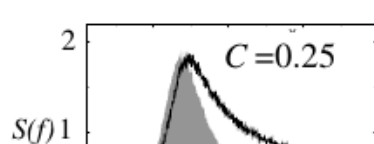
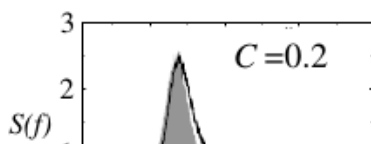
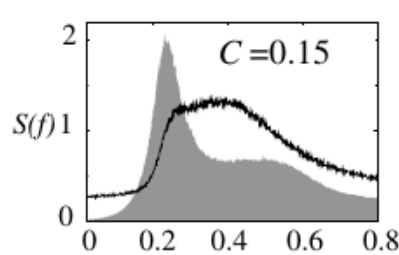
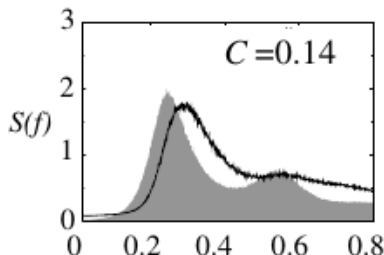
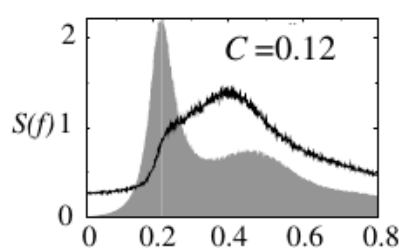
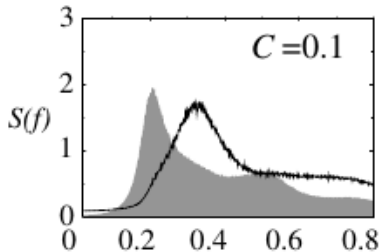
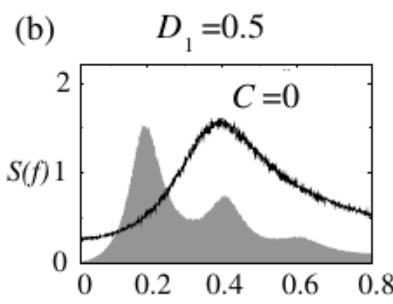
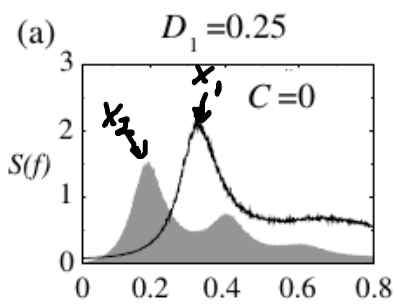


$\frac{\langle T_1 \rangle}{\langle T_2 \rangle}$: Verhältnis der
Inter-Spike-Intervalle



Korrelationszeit t_{corr}
(Regularität der Spikes)

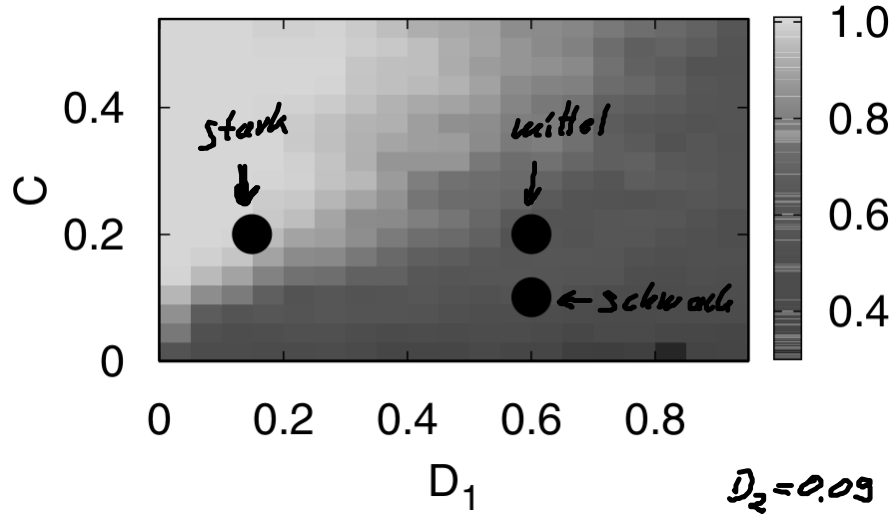
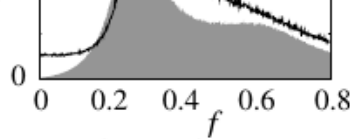
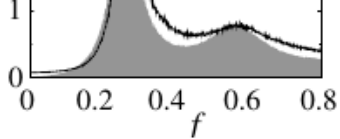
Kohärenzresonanz
(optimale Rauschintensität,
siehe Kap. 5)



Analyse der Frequenzen in
den einzelnen Zeitserien:
($D_2 = 0.09$)

(a) Frequency locking
(Eingung auf genauere, mittlere
Frequenz)

(b) Frequenzunterscheidung bei,



$\langle T_1 \rangle / \langle T_2 \rangle$ = Frequenzsynchronisation

$\frac{\langle T_1 \rangle}{\langle T_2 \rangle} = 1$ (beide Systeme im Mittel gleichhäufig angeregt)

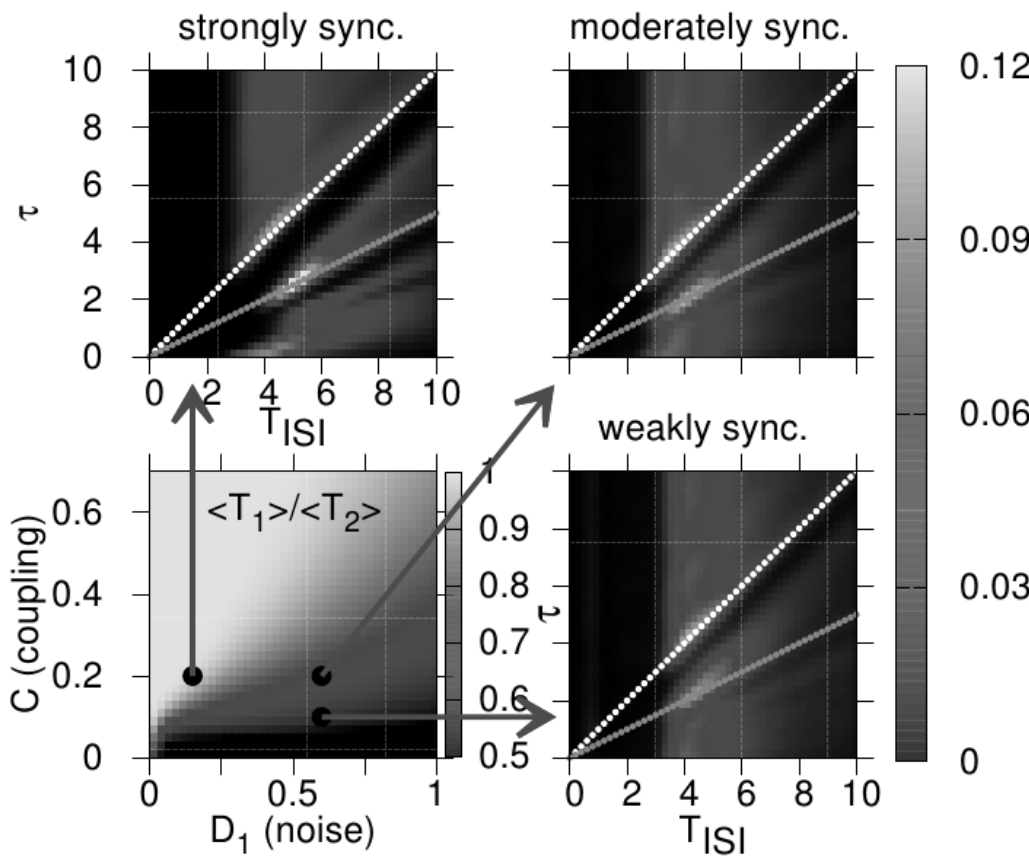
Stärke der Synchronisation hängt von Kopplungsstärke C und Rauschintensitäten D_1, D_2 ab

Frage: Effekt von Kontrolle auf Synchronisation und Zeitstrahlen im gekoppelten System?

International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 20, No. 3 (2010) 813–825
 © World Scientific Publishing Company
 DOI: 10.1142/S0218127410026101

CONTROL OF SYNCHRONIZATION IN COUPLED NEURAL SYSTEMS BY TIME-DELAYED FEEDBACK

PHILIPP HÖVEL, MARKUS A. DAHLEM
 and ECKEHARD SCHÖLL*



Farbskala:
 helle Werte $\hat{=}$ großer Beitrag
 in ISI-Verteilung
 dunkle Werte $\hat{=}$ geringer Bei-
 trag
 (Keine Oszillationen/
 Anregung mit dieser Periode)
 \Rightarrow Kontrolle durch geeignete
 Wahl der Zeitverzögerung
 τ

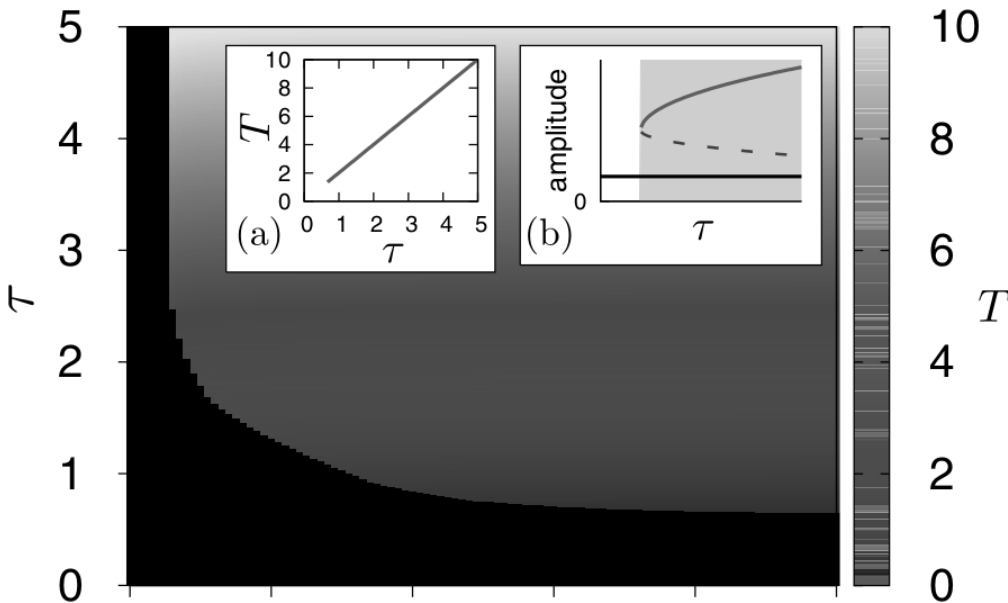
F.2 Kontrolle zeitverzögert gekoppelter Neuronen

$$E_1 \dot{x}_1 = x_1 - \frac{x_1^3}{3} - \gamma_1 + c(x_2(t - \tau^c) - x_1(t))$$

$$\dot{y}_1 = x_1 + a$$

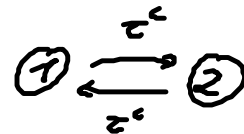
$$E_2 \dot{x}_2 = x_2 - \frac{x_2^3}{3} - \gamma_2 + c(x_1(t - \tau^c) - x_2(t))$$

Deterministischer Fall ($D_1 = 0 = D_2$, kein Rauschen)



Interpike-Intervalle:

$$T = 2\tau^c$$



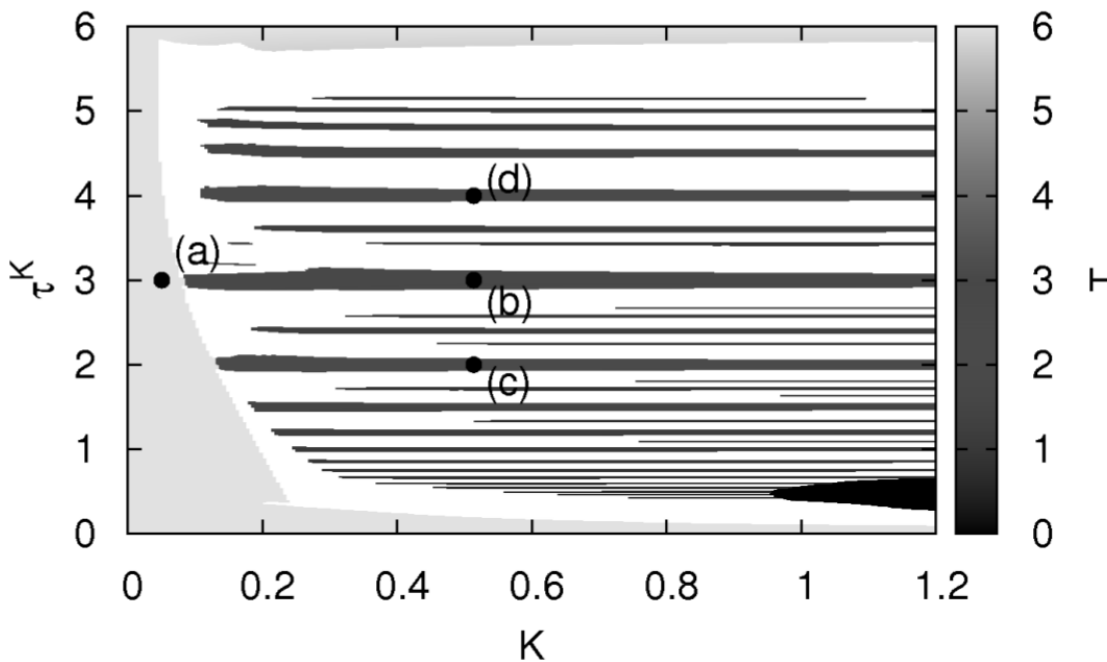
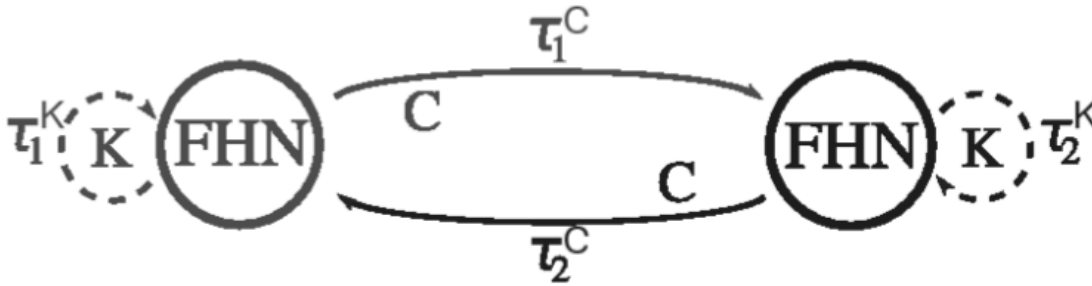
Anregung ist nach $2\tau^c$ wieder
 im Ausgangs-element einge-
 kommen

SYNCHRONIZATION OF COUPLED NEURAL OSCILLATORS WITH HETEROGENEOUS DELAYS

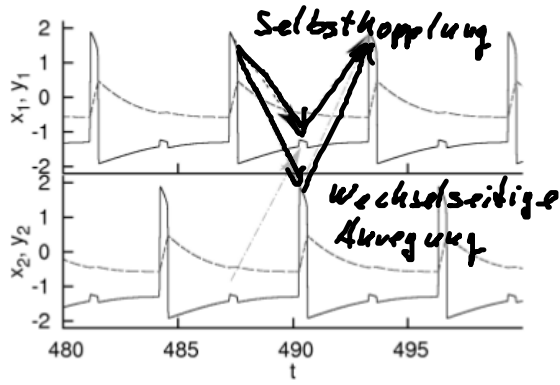
ANASTASIIA PANCHUK
*Institute of Mathematics,
 National Academy of Sciences of Ukraine,
 Kyiv, Ukraine*

DAVID P. ROSIN, PHILIPP HÖVEL* and ECKEHARD SCHÖLL†

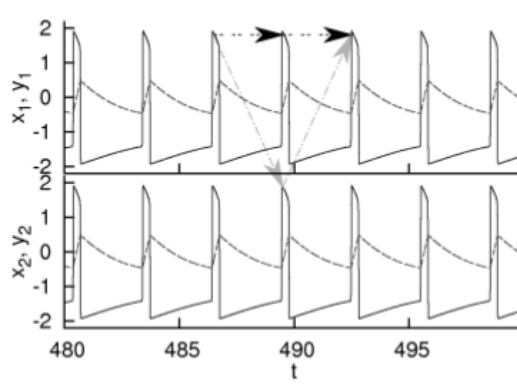
Wechselwirkung der Zeitverzögerungen in der Kopplung und Kontrolle?



$C = 0.5, \tau^c = 3$
*regelmäßige/reguläre
 Oszillationen für
 $n\tau^k = 2m\tau^c$
 $n, m \in \mathbb{N}$*



(a)



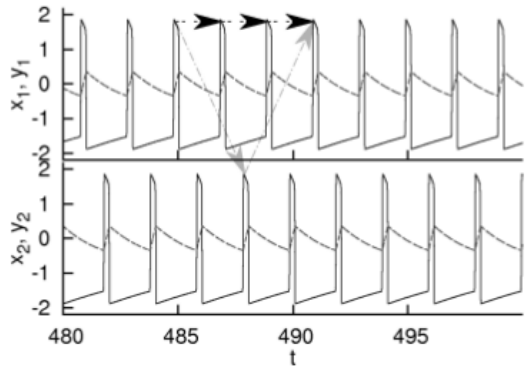
(b)

(a) unterschwellige Anregung durch Selbstkopplung

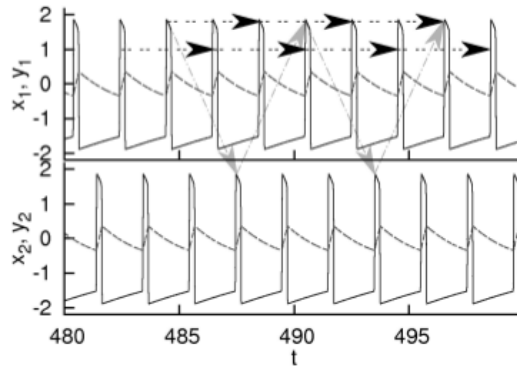
(b) In-Phase-Synchronisation

(c) Anti-Phase-Synchronisation

(d) " " "



(c)



(d)

Fazit: Kopplung und Kontrolle führen zu reichhaltigen dynamischen Szenarien, Synchronisation etc. (bereits bei 2 gekoppelten Elementen).

Dynamik/Synchronisation von N gekoppelte Elemente

⇒ Netzwerkstruktur, Werkzeug: Master stability function (Kap. 4)

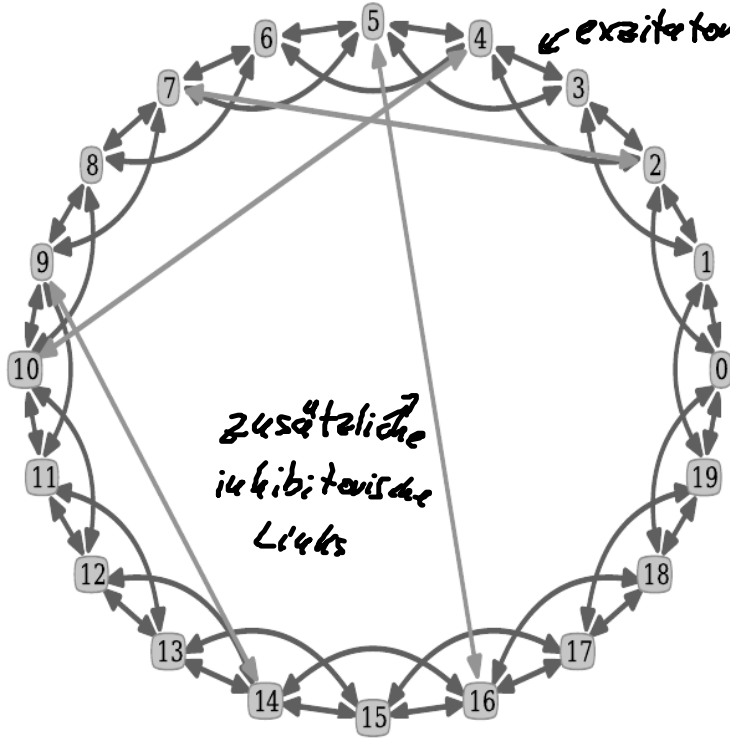
⇒ Bestimmung des Vorzeichens des größten transversalen Lyapunov-Exponenten

Bsp: reguläres Netz von synchronisierten Elementen (exzitatorisch gekoppelt)

Frage: Wieviel Inhibition verträgt das Netzwerk?

Loss of synchronization in complex neuronal networks with delay

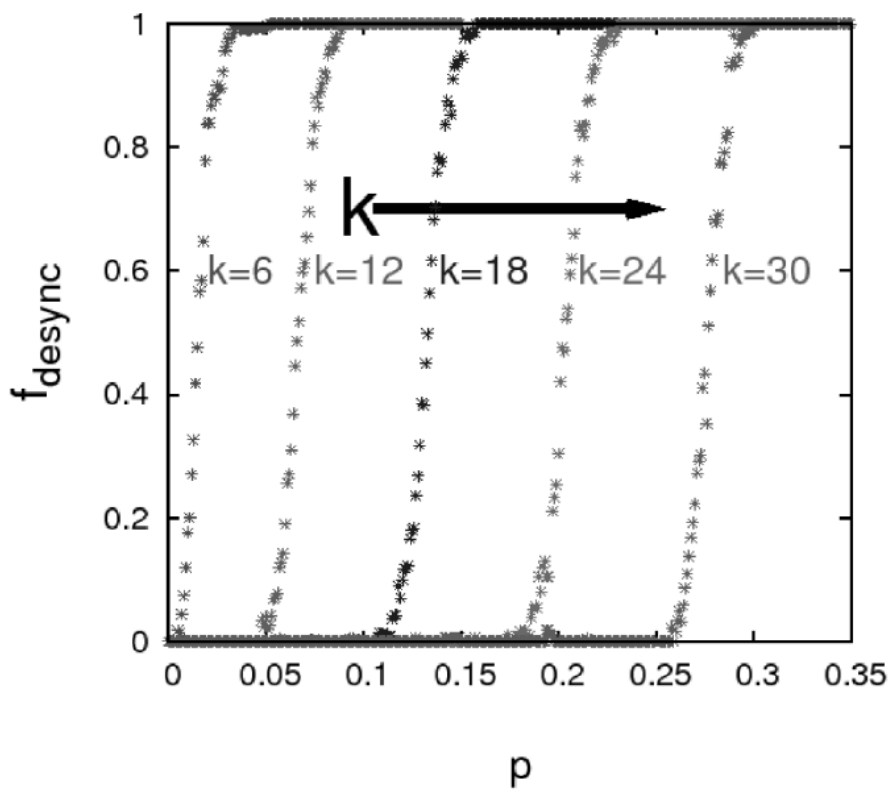
J. LEHNERT^{1(a)}, T. DAHMS¹, P. HÖVEL^{1,2} and E. SCHÖLL^{1(b)}



$N=20$ Elemente

$k=2$ (2 nächste Nachbarn nach rechts und links auf dem Ring)

$p=0.1$ Wahrscheinlichkeit für zusätzliche inhibitorische Links



$N=100$

höhere interne Kopplung (großer k) erfordert mehr

Inhibition für Desynchronisation