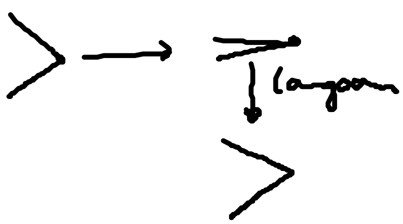
5.1 Grundprinzipien

- Fortbewegung bei kleinen Re:

1. Nichtreziproke Schwimmbewegung
2. periodische Deformation des Schwimmers
   $\longleftrightarrow$ periodisch variierende hydrodynamische Reibung (5.1)
3. keine externe Kräfte und Drehmomente
   $\longleftrightarrow$ autonome Schwimmer

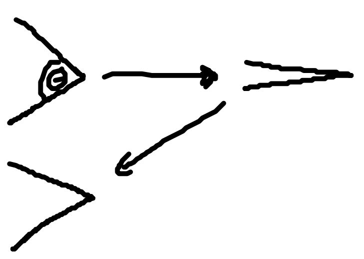
- nichtreziproke Bewegung $\longleftrightarrow$ Purcellsches Muscheltheorem:

Re > 1:



Navier-Stokes-Gln.
<u>keine</u> Zeitumkehrinvarianz
Energiedissipation

Re ≪ 1:



Stokes-Gln.:

$$0 = -\nabla p + \eta \nabla^2 \underline{v} + \rho \underline{b}$$

kinematische Reversibilität

$-\underline{v}(\underline{x},-t)$ ... Lsg. falls $\underline{\nabla} p \to -\underline{\nabla} p$

$\underline{b} \to -\underline{b}$

reziproke Bewegung
gleich bei Zeitumkehr
$t \to -t$

aber: $\underline{b} = -\underline{b}$

$\downarrow$

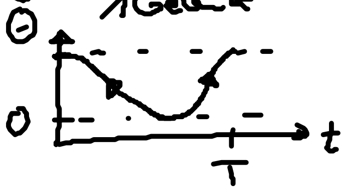
$-\underline{v}(\underline{x},-t)$

effektive Schwimmgeschw. $\underline{u}_0 \to -\underline{u}_0$

aber: reziproke Bewegung $\underline{u}_0 = -\underline{u}_0 = 0$!

→ $\boxed{\text{Schwimmen bei } Re \ll 1 \;\longleftrightarrow\; \underline{\text{nichtreziproke Bewegung}} \; [\geq 2 \text{ Gelenke}]}$ (5.2)

Diagramme:



immer reziprok

reziprok
nichtreziprok

<u>NB</u>: Stokes-Gln.: <u>keine</u> Zeitableitung

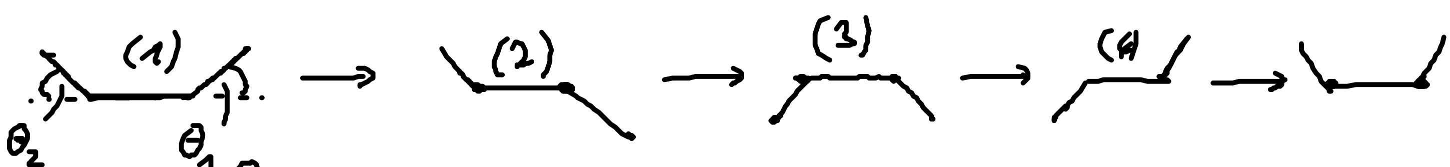
→ verallgemeinerte kinematische Reversibilität

$-\underline{v}(\underline{x}, -c(t))$ Lsg. falls: $\nabla p \to -\nabla p$

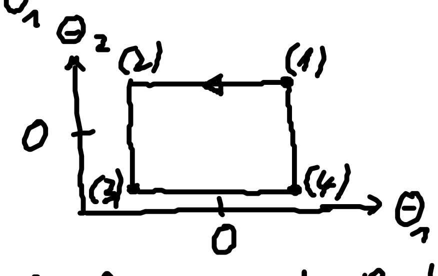
$\underline{b} \to -\underline{b}$

· einfachste Realisierung des 2-Gelenk-Schwimmers:

<u>Purcell-Schwimmer</u>



≙



... im Experiment

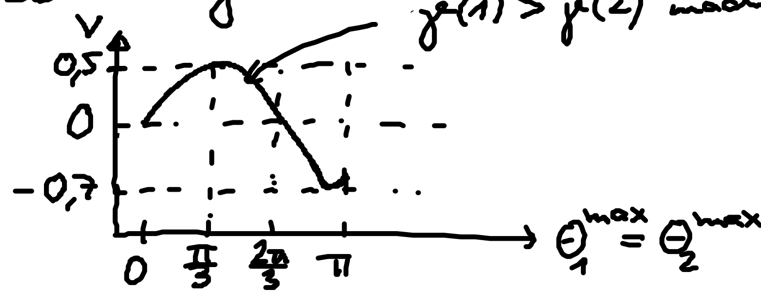
periodisch variierende Reibung?

(1) langer, dünner Stab: $\gamma_\perp \approx 2\gamma_\parallel$ (4.43)

(2) z.B.: $\gamma(\text{(1)}) \neq \gamma(\text{(2)})$

(3) Schwimmgeschw.

$\mu(1) > \mu(2)$ macht Sinn



[Becker et al. J. Fluid Mech. 490, 15 (2003)]

5.2 Realisierungen in der Natur

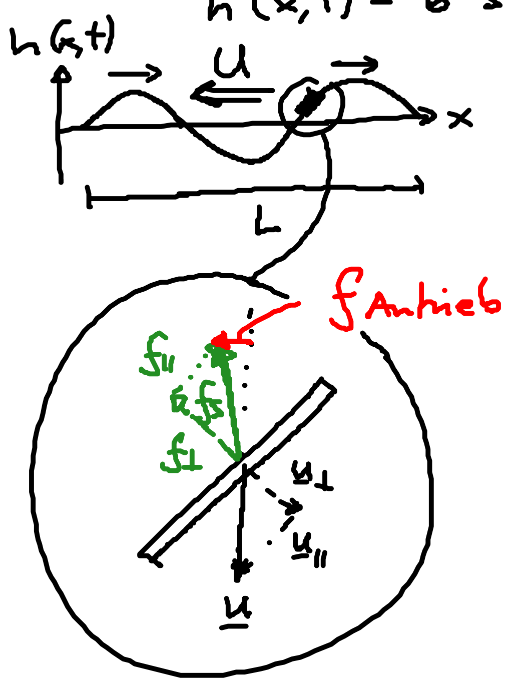
1. Spermien:
- Kopf + schlagendes Filament (= Flagellum)
- Bauprinzip des Flagellums
- Modellierung: elast. Stab + hydrodyn. Reibung + Antrieb

„resistive force theory"
lokaler Reibungskoeffizient pro Längeneinheit $\parallel, \perp$ Segment:
$\zeta_\parallel, \zeta_\perp$

- Schwimmgeschwindigkeit U?

Vereinfachung: Filament (Länge L) mit Welle

$$h(x,t) = b \sin(kx - \omega t) \quad (5.3)$$



$$\left.\begin{aligned} f_\parallel &= -\zeta_\parallel u_\parallel \\ f_\perp &= -\zeta_\perp \underline{u}_\perp \end{aligned}\right\}$$ Reibungskräfte pro Längeneinheit $\parallel, \perp$ Segment

$(\zeta_\parallel < \zeta_\perp)$

mittlere Schwimmgeschwindigkeit

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\boxed{\underbrace{\zeta_\parallel L \langle u \rangle}_{\substack{\text{Reibungskraft}\\ \text{für Bewegung}\\ \parallel\ x\text{-Achse}}} = \underbrace{(\zeta_\perp - \zeta_\parallel)\frac{1}{T}\int_0^T dt \int_0^L}_{\substack{\text{Antriebs-}\\ \text{kraft}}} \underbrace{\frac{dh}{dt}}_{\sim u}\ \underbrace{\frac{dh}{dx}}_{\substack{\text{Neigung des}\\ \text{Segments}}}\, dx} \qquad (5.4)$$

$$\xrightarrow{(5.3)} \quad \boxed{\langle u \rangle = -\frac{\zeta_\perp - \zeta_\parallel}{2\zeta_\parallel}\,\omega k b^2} \qquad (5.5)$$

NB: Schwimmen nur mit anisotroper Reibung!

Beweis: s. Übungen

2. E.(scherichia)-Coli-Bakterien / Salmonellen

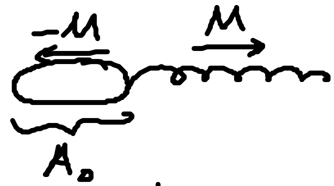
- Bündel rotierender helikaler Flagellen $\longrightarrow$ Schubkraft [s. Kap. 4.6c]
- Helix = chirales Objekt $\longleftrightarrow$ Rotation = nichtreziproke Bewegung?
- Nanorotationsmotor
- Schlingerbewegung zur Nahrungssuche: Chemotaxis
- Polymorphismus des helikalen Flagellums
- Modellierung: (vgl. Kap. 4.6c))

Mobilitätsmatrix Helix: $\begin{pmatrix} u \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & D \\ D & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ M \end{pmatrix}$

$$\text{mit} \quad \begin{pmatrix} A & D \\ D & B \end{pmatrix} \overset{(4.46)}{=} \begin{pmatrix} \gamma & C \\ C & \beta \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\gamma\beta - C^2} \begin{pmatrix} \beta & -C \\ -C & \gamma \end{pmatrix} \qquad (5.7)$$

Rotationsmotor: $M \neq 0,\ F = 0 \longrightarrow \begin{pmatrix} u \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} M$

- Effizienz:



Mobilität Zellkörper

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\text{dissipierte Energie Zellkörper}}{\text{" \quad " gesamt}} \approx \frac{A_0^{-1} u^2}{B M^2} \approx 1\%}$$

... Fortbewegung bei kleinen Re ist sehr ineffizient

3. Pantoffeltierchen: (engl. paramecium)
4. Opalina
   Felder von synchron schlagenden Zilien
   → metachronale Wellen
   Ursprung: hydrodynam. Ww. (s. Kap. 6)

   in der Simulation
5. Amoeben: Fortbewegung durch Ausstülpungen (Gestaltänderung)
6. Afrikan. Trypanosom:
   Spindel-Körper mit daran angehefteten Flagellen
7. Mikrofluidik