

• reines 2-Teilsystem:


$$\underline{\mu}_{ij} = \mu_{ij}^{\parallel}(r) \frac{\underline{x} \otimes \underline{x}}{r^2} + \mu_{ij}^{\perp}(r) \left( \underline{1} - \frac{\underline{x} \otimes \underline{x}}{r^2} \right), \quad \forall i, j$$

$r = |\underline{x}|$

$\mu_{ij}^{\parallel}(r)$  ... Mobilitäten für Bewegung  $\parallel / \perp$  zu  $\underline{x}$ !

## 6.4 Teilchen nahe Kontakt

• „Kleinheitsparameter“:




$$\varepsilon = \frac{d}{a} \quad (6.20)$$

• 4 Situationen:

Relativbewegungen:

(1) „Squeezing“-Bewegung

(2) Scher.-Bewegung




$$u_1 = -u_2 = u$$

$$F_1 = -F_2 = F$$



Kollektivbewegungen:

(3)



$$u_1 = u_2 = u$$

$$F_1 = F_2 = F$$

(4)



• Reibungskoeffizienten:

(i) Lubrikations Theorie: asymptotische Entwicklung in  $\varepsilon^{-1}$

(ii) numerische Reduz.

⇒ für Situationen:

$$(1) \frac{F}{6\pi\eta a} = \boxed{\frac{1}{2\varepsilon}} + \frac{9}{20} \ln \frac{1}{\varepsilon} + O(1) + \frac{3}{28} \varepsilon \ln \frac{1}{\varepsilon} + O(\varepsilon)$$

$$(2) \frac{F}{6\pi\eta a} = -\frac{1}{3} \boxed{\ln \varepsilon} + O(1) + O(\varepsilon)$$

„große Gradienten“

$$(2), (4) \frac{F}{6\pi\eta a} < 1 \quad (\text{s.u.})$$

(6.21)

• Mobilitäten:  $O(1)$ , aber teilweise divergente Ableitungen

Bsp. Situation (1): 
$$u = \varepsilon \frac{F}{3\pi\eta a} + \dots \quad (6.22)$$

NB:  $u \rightarrow 0$  für  $\varepsilon \rightarrow 0$ !!

Situation (2): 
$$u = -\frac{1}{\ln \varepsilon} \frac{F}{2\pi\eta a} + \dots \quad (6.23)$$

• Programm HydroLib: Cluster von Teilchen  $\rightarrow \underline{M}, \underline{Z}$

K. Hinzen, Comput. Phys. Comm. 88, 327 (1995)

Fortran-Quellecode: <http://dirac.chrs-orleans.fr/HYDROLIB>

• Bsp.: 2-Teilchen Systeme:  $\mu_{11}^{1/2}, \mu_{12}^{1/2}$  s. Folie

Lit.: S. Kim & J.S. Karrila, Microhydrodynamics: Principles and Selected Applications (Boston, MA...)

## 6.5 Beispiele

• Sedimentation: - 2 Teilchen: Sedimentationsgeschw.

- 3 Teilchen: verschiedene Bewegungen  
kreisende Teilchen  
touriertes Paar

- Cluster-Oszillationen

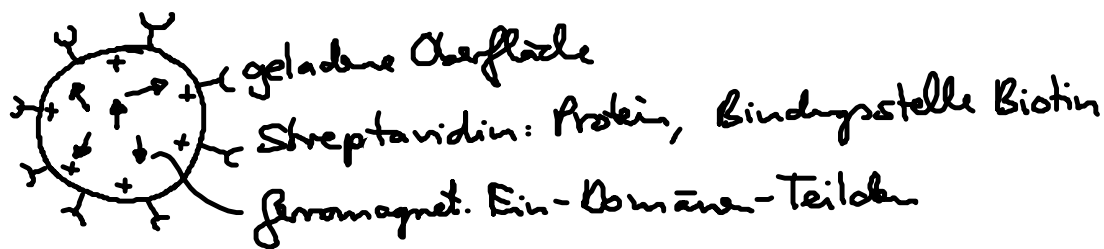
• hydrodynamischer Stoff

## 7. Anwendung II: Biomimetisches Flagellum

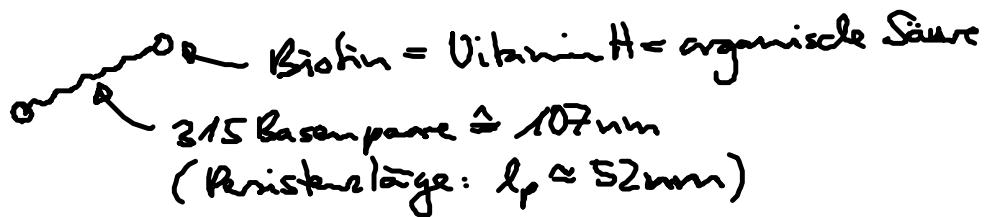
- Biomimetik: Natur als Ideengeber für Lösungsstrategie von Problemstellungen in Forschung und Technologie
- hier: Alme Flagellum, Zilien von Mikroorganismen nach  
→ Fortbewegung von Mikromaschinen  
Flüssigkeitstransport (Mikrofluidik)

### 7.1 Experimentelles System

- superparamagnet. Filament: [Dreyfus et al., Nature 437, 862 (2005)]  
hohe magnetische Momente im Magnetfeld
- (i) Bestandteile: (1) superparamagnet. Teilchen:  $a \approx 0.5 \mu\text{m}$

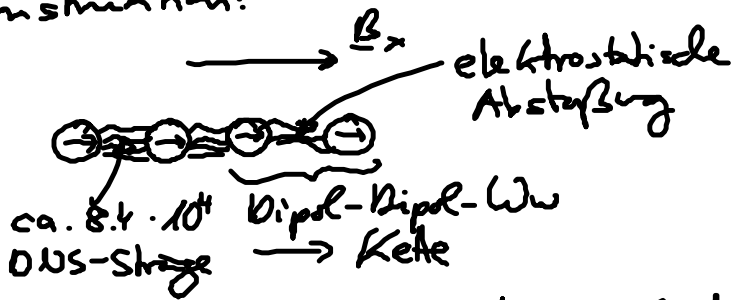


+  
(2) DNS-Stränge mit Biotin-Ende



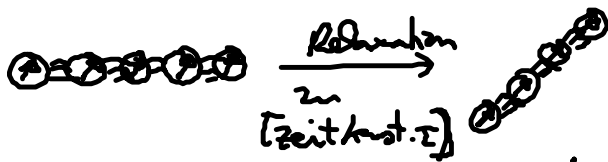
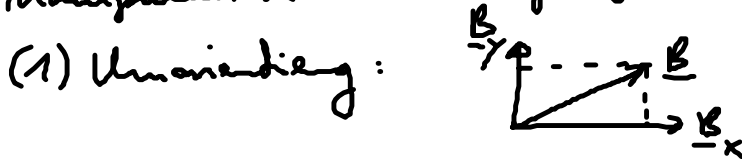
— ⊙ ... Biotin-Streptavidin-Bindung

(ii) Konstruktion:

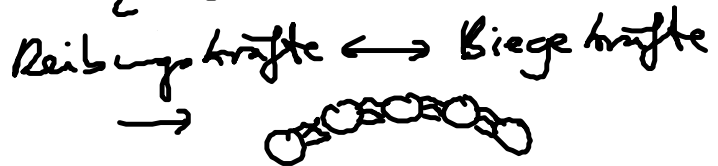


→ superparamagnetisches, dickes Filament:  
 Länge:  $L \approx 10 - 40 \mu\text{m}$   
 Biegekonstante:  $\kappa \approx (3.3 \pm 1.6) \cdot 10^{-27} \frac{\text{J}}{\text{m}}$

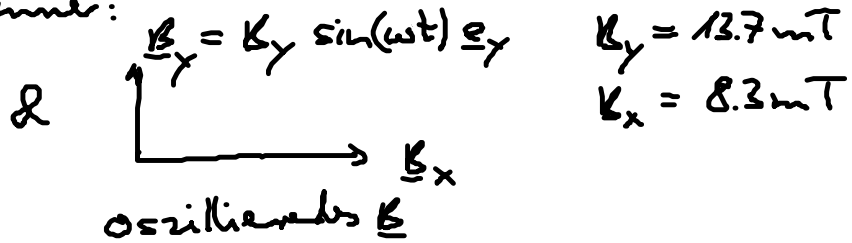
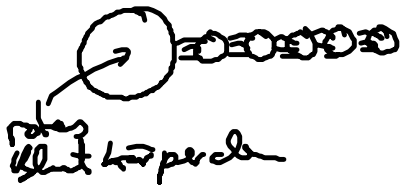
(iii) Manipulation durch Magnetfeld:



(2) oszillierendes  $\underline{B}$ :  $\omega \sim \frac{1}{\tau}$  für optimale Antwort!



• → einarmige Schwimmer:



(i) Filmm:  $v = 6 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$   
 Schwimmrichtung: fast links!

(ii) Schlagmuster: nicht-reziprok

(iii) „Biege-Wellen“ versus Paddelbewegung

(iv) Schwimmgeschw. versus  $\omega^{1/4}$

→ Maximum!

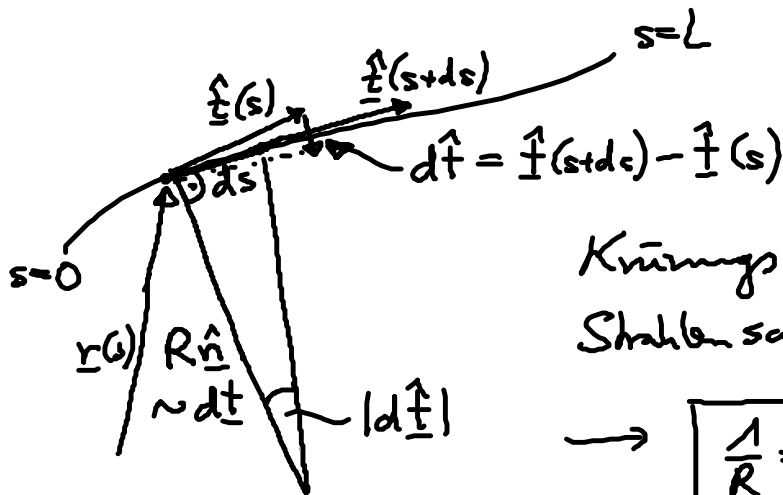
→ Modellierung zum besseren Verständnis!

## 7.2 Elastohydrodynamik dünner Stäbe

- Grundlagen: Elastizitätstheorie + hydrodynam. Reibung dünner Stäbe
- Anwendung:
  - superparamagnet. Filament
  - semiflexibles (Bio-)polymer
  - Aktin (Zellgerüst)
  - Mikrotubuli (Transportwege in Zelle)
  - DNS (Erbsubstanz)
  - ⋮

### a) Kinematik

- 0: Differentialgeometrie einer Raumkurve  $\vec{r}(s)$ :
  - Ortsvektor
  - Bogenlänge



Krümmungsradius  $R$ ?  
 Strahlensatz:  $\frac{ds}{R} = |d\hat{t}|$

$$\rightarrow \boxed{\frac{1}{R} = \left| \frac{d\hat{t}}{ds} \right|} \quad (7.1)$$

... Krümmung