

• reines 2-Teilsystem:


$$\underline{\mu}_{ij} = \mu_{ij}^{\parallel}(r) \frac{\underline{x} \otimes \underline{x}}{r^2} + \mu_{ij}^{\perp}(r) \left(\underline{1} - \frac{\underline{x} \otimes \underline{x}}{r^2} \right), \quad \forall i, j$$

$r = |\underline{x}|$

$\mu_{ij}^{\parallel}(r)$... Mobilitäten für Bewegung \parallel / \perp zu \underline{x} !

6.4 Teilchen nahe Kontakt

• „Kleinheitsparameter“:




$$\varepsilon = \frac{d}{a} \quad (6.20)$$

• 4 Situationen:

Relativbewegungen:

(1) „Squeezing“-Bewegung

(2) Scher.-Bewegung




$$u_1 = -u_2 = u$$

$$F_1 = -F_2 = F$$



Kollektivbewegungen:

(3)



$$u_1 = u_2 = u$$

$$F_1 = F_2 = F$$

(4)



• Reibungskoeffizienten:

(i) Lubrikations Theorie: asymptotische Entwicklung in ε^{-1}

(ii) numerische Reduz.

⇒ für Situationen:

$$(1) \frac{F}{6\pi\eta a} = \frac{1}{2\varepsilon} + \frac{g}{20} \ln \frac{1}{\varepsilon} + O(1) + \frac{3}{28} \varepsilon \ln \frac{1}{\varepsilon} + O(\varepsilon)$$

$$(2) \frac{F}{6\pi\eta a} = -\frac{1}{3} \ln \varepsilon + O(1) + O(\varepsilon)$$

„große Gradienten“

$$(2), (4) \frac{F}{6\pi\eta a} < 1 \quad (\text{s.u.})$$

(6.21)

• Mobilitäten: $O(1)$, aber teilweise divergente Ableitungen

Bsp. Situation (1): $u = \varepsilon \frac{F}{3\pi\eta a} + \dots$ (6.22)

NB: $u \rightarrow 0$ für $\varepsilon \rightarrow 0$!!

Situation (2): $u = -\frac{1}{\ln \varepsilon} \frac{F}{2\pi\eta a} + \dots$ (6.23)

• Programm HydroLib: Cluster von Teilchen $\rightarrow \underline{M}, \underline{z}$

K. Hinzen, Comput. Phys. Comm. 88, 327 (1995)

Fortran-Quellecode: <http://dirac.chrs-orleans.fr/HYDROLIB>

• Bsp.: 2-Teilchen Systeme: $\mu_{11}^{1/2}, \mu_{12}^{1/2}$ s. Folie

Lit.: S. Kim & J.S. Karrila, Microhydrodynamics: Principles and Selected Applications (Boston, MA...)

6.5 Beispiele

- Sedimentation:
 - 2 Teilchen: Sedimentationsgeschw.
 - 3 Teilchen: verschiedene Genehmien
kreisende Teilchen
torniertes Quas
 - Cluster-Oszillationen

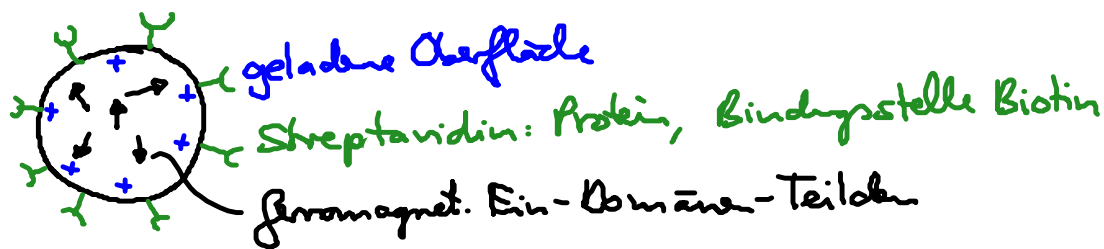
• hydrodynamischer Stoff

7. Anwendung II: Biomimetisches Flagellum

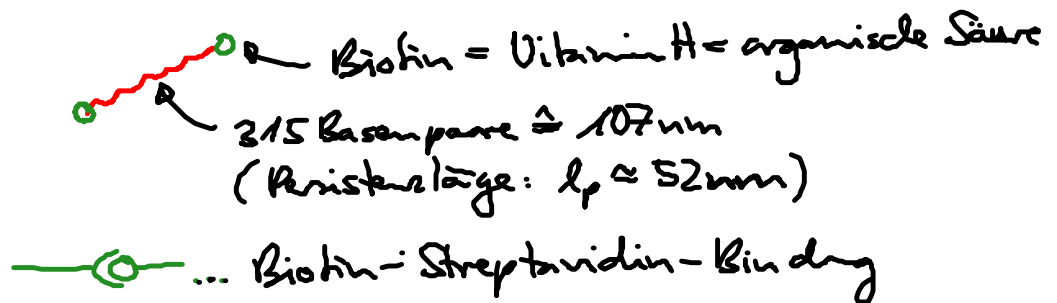
- Biomimetik: Natur als Ideengeber für Lösungsstrategie von Problemstellungen in Forschung und Technologie
- hier: Alme Flagellum, Zilien von Mikroorganismen nach
→ Fortbewegung von Mikromaschinen
Flüssigkeitstransport (Mikrofluidik)

7.1 Experimentelles System

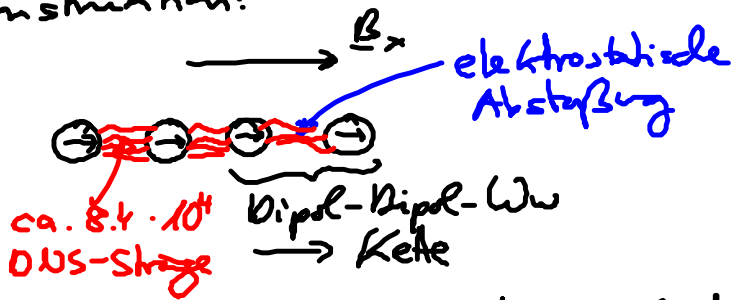
- superparamagnet. Filament: [Dreyfus et al., Nature 437, 862 (2005)]
hohe magnetische Momente im Magnetfeld
- (i) Bestandteile: (1) superparamagnet. Teilchen: $a \approx 0.5 \mu\text{m}$



+
(2) DNS-Stränge mit Biotin-Ende

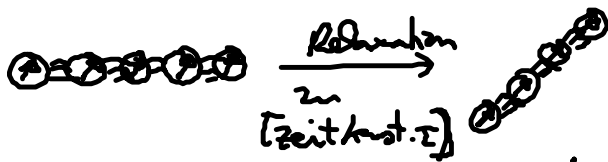
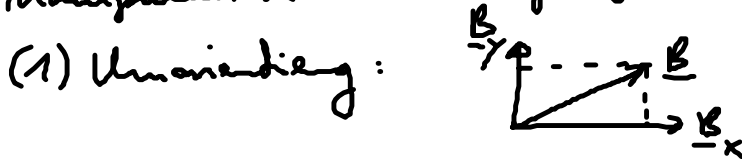


(ii) Konstruktion:



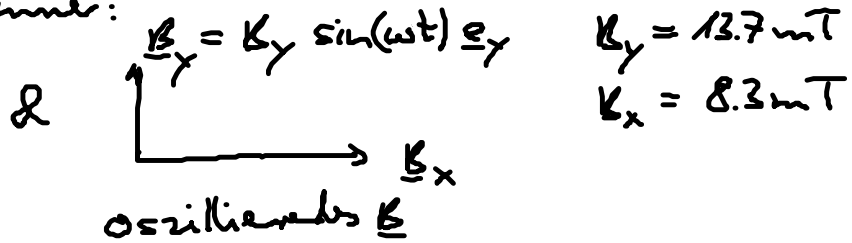
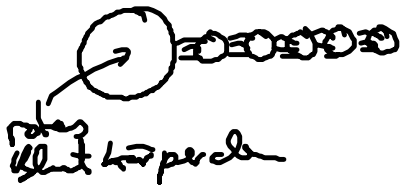
→ superparamagnetisches, dickes Filament:
 Länge: $L \approx 10 - 40 \mu\text{m}$
 Biegekonstante: $\kappa \approx (3.3 \pm 1.6) \cdot 10^{-27} \frac{\text{J}}{\text{m}}$

(iii) Manipulation durch Magnetfeld:



(2) oszillierendes \underline{B} : $\omega \sim \frac{1}{\tau}$ für optimale Antwort!
 Reibungskräfte \leftrightarrow Biegekräfte
 →

• → einarmige Schwimmer:



- (i) Film: $v = 6 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
 Schwimmrichtung: fast links!
- (ii) Schlagmuster: nicht-reziprok
- (iii) „Biege-Wellen“ versus Paddelbewegung
- (iv) Schwimmgeschw. versus $\omega^{1/4}$

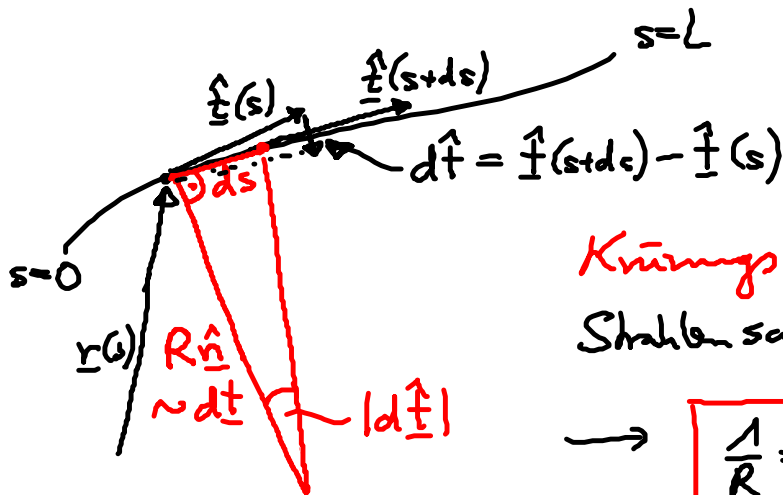
→ Maximum!
 → Modellierung zum besseren Verständnis!

7.2 Elastohydrodynamik dünner Stäbe

- Grundlagen: Elastizitätstheorie + hydrodynam. Reibung dünner Stäbe
- Anwendung:
 - superparamagnet. Filament
 - semiflexibles (Bio-)polymer
 - Aktin (Zellgerüst)
 - Mikrotubuli (Transportwege in Zelle)
 - DNS (Erbsubstanz)
 - ⋮

a) Kinematik

- Di: Differentialgeometrie einer Raumkurve $\vec{r}(s)$:
 - Ortsvektor
 - Bogenlänge



Krümmungsradius R ?

Strahlensatz: $\frac{ds}{R} = |d\hat{t}|$

$$\rightarrow \boxed{\frac{1}{R} = \left| \frac{d\hat{t}}{ds} \right|} \quad (7.1)$$

... Krümmung