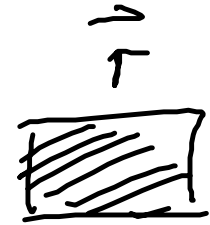
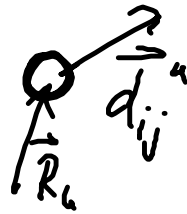


### 3.2.1. Übergang zu räumlicher Verteilung

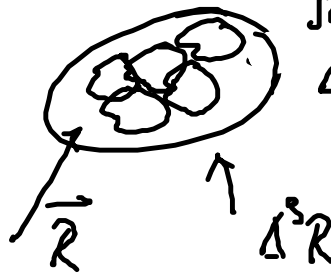
Übergang  $\vec{R}_n$



(kontinuierlich)

$$\vec{P} = \sum_n \sum_{ij} \vec{d}_{ij}^u p_{ij}^u(t) \delta(\vec{r} - \vec{R}_n)$$

Gruppe v. Dipole



Sammlg. d. d. Dipole bei  $\vec{R}$

$\Delta N_R$

$$\sum_n \rightarrow \sum_{\vec{R}} \Delta N_R$$

Zahl d. Dipole  
im Volumenelement

$$\vec{P} = \sum_{\vec{R}} \sum_{ij} \vec{d}_{ij}^R \Delta N_R p_{ij}^R \delta(\vec{r} - \vec{R})$$

$$= \underbrace{\sum_{\vec{R}} \Delta^3 R}_{\int d^3 R} \underbrace{\frac{\Delta N_R}{\Delta^3 R}}_{\text{Anzahl d. Dipole an Ort } r} \sum_{ij} \vec{d}_{ij}^R p_{ij}^R \delta(\vec{r} - \vec{R})$$

$\int d^3 R$  Anzahl d. Dipole an Ort  $r$   $u_0(\vec{R})$

← Dichte d. Dipole

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \sum_{ij} \underbrace{\vec{d}_{ij}(\vec{r})}_{\substack{\text{am Ort } \vec{r} \\ \text{Dipolübergang} \\ \text{(Auswahlregel)}}} \underbrace{\rho_{ij}(\vec{r}, t)}_{\substack{\text{Wahrscheinlichkeitsamplitude,} \\ \text{dass } \vec{E}\text{-Feld diese} \\ \text{Übergang } i \rightarrow j \text{ treibt}}}$$



Zu dieser Dipoldichte gehört die zugehörige

Dichtemultipolentwicklung:

$$\omega_{em} = \omega_e - \omega_u$$

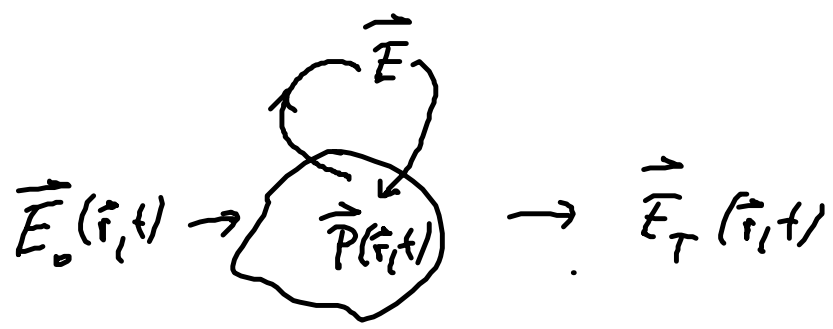
$$\dot{\rho}_{em}(\vec{r}, t) = -i \omega_{em}(\vec{r}) \rho_{em}(\vec{r}, t) \quad \text{freie Oszillationen}$$

$$-i \sum_u \left( \Omega_{eu}^*(\vec{r}) \rho_{eu}(\vec{r}) - \Omega_{ue}(\vec{r}) \rho_{ue}(\vec{r}) \right)$$

$$\Omega_{eu}^* = \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{d}_{eu}^*(\vec{r}) / \hbar, \text{ Rabi-Frequenz}$$

$\vec{P}$  kann berechnet werden und

in die Wellengl. f.  $\vec{E}$  eingesetzt werden



3.22. Beispiel: zwei Niveaugleichungen

$\rightarrow |2\rangle \quad \omega_{12} < 0 \quad \rightarrow u, l, m \rightarrow (1, 2)$   
 $\rightarrow |1\rangle \quad -\omega_{12} = \omega_0$

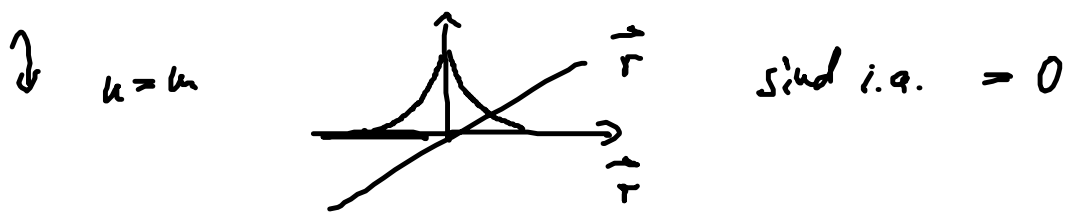
$\dot{p}_{12} = i(\omega_{12} - \Omega_{11} + \Omega_{22}) p_{12} - i \Omega_{21} (p_{11} - p_{22})$   
 Übergangsamplitude

• Ortilliere auf  
 → freie Frequenz  
 •  $\Omega_{ii}$ : Frequenzverschiebung  
 → Pauli blocking  
 Wechselspiel Emission / Absorption

$\dot{p}_{11} = -i(\Omega_{12}^* p_{21} - \Omega_{12} p_{12})$   
 Besetzungswahrscheinlichkeit

→ gegeben durch E-Feld und Übergänge

$\Omega_{um} = \int d^3r' \varphi_n^*(\vec{r}') / r' \varphi_m(\vec{r}') \cdot \vec{E}(\vec{r}') / r'$



aber es existieren Fälle wo diese wichtig sind  
 z.B. Festkörperoberfläche  
 (Zustände gemischter Parität)

$\downarrow u \neq m$  Dipolübergang mit Auswahlregeln

3.3. Ladungsträger: Bewegungsgleichungen

Start: allgemeine Dichtematrix

$$\partial_t \rho_{en} = i \omega_{en} \rho_{en} - i \sum_n \left( \Omega_{en}^* \rho_{un} - \Omega_{un} \rho_{en} \right)$$

$u, n, l$  = Wellenzellen

$$l \rightarrow \vec{q} + \frac{\vec{Q}}{2}, \quad u \rightarrow \vec{q} - \frac{\vec{Q}}{2}$$

führt zur Wignerverteilung  $\tilde{u}(\vec{q})$

$$\partial_t \rho_{\vec{q}}(\vec{r}, t) = - \frac{\hbar \vec{q}}{m_{\text{eff}}} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} \rho_{\vec{q}}(\vec{r}, t) - \frac{q \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{q}} \rho_{\vec{q}}(\vec{r}, t)}{\hbar}$$

↙ Ladung

Wignerverteilg. bestimmt Strom  $\vec{j}(\vec{r}, t) = \frac{q_0}{V} \sum_{\vec{q}} \frac{\hbar \vec{q}}{m_{\text{eff}}} \rho_{\vec{q}}(\vec{r}, t)$

Bearbeitung:

1. Term

Transportterm: beschreibt Bewegg. d. Ladung  
zwischen Zellen ( $\vec{r}$ ), weil:

$$\rho_{\vec{q}}(\vec{r} - \vec{v}_{\vec{q}} t), \quad \vec{v}_{\vec{q}} = \frac{\hbar \vec{q}}{m_{\text{eff}}}$$

↗

# Verdröck. d. Ortokoordinate

## 2. Term

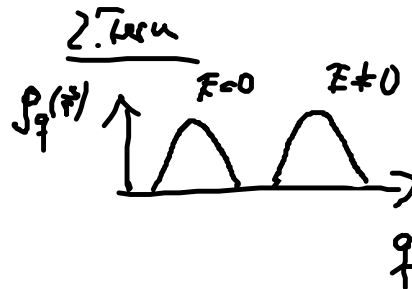
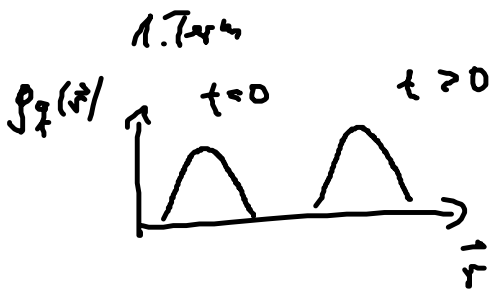
beschreibt die Beschleunigung im elektr. Feld

$$\rho_q(t_0, \vec{r}) \text{ als KB Feld auf } \int_{\vec{r}} - \int_{t_0}^t dt' \vec{E}(t') \frac{q_0}{t}(\vec{r})$$

und beschreibt das Ausweichen von  $\vec{q}$

durch die Wirkung von  $\vec{E}$

$$\vec{E} = \text{konst} \quad \vec{q} \rightarrow \vec{q} - \vec{E} \cdot t \frac{q_0}{t}$$



## 3.3.1. Übergang zu räumlichen Verteilungen

$$\frac{1}{V} \sum_{\vec{q}} \rightarrow \frac{1}{V} \left( \frac{V}{(2\pi)^3} \right) \int d^3 \vec{q} \Rightarrow \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \vec{q}$$

↑  
statistische Physik

## 3.3.2. Beispiel Flüssigkeitsmodell bewegter Teilchen

$$\partial_t \rho_q^{\pm}(\vec{r}, t) = - \frac{q_0 \vec{q}}{m_{eff}} \cdot \vec{\nabla}_r \rho_q^{\pm}(\vec{r}, t) - \frac{q_0}{t} \vec{E}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nabla}_q \rho_q^{\pm}(\vec{r}, t)$$

man möchte Strom haben

$$\vec{j} = \frac{q_0}{v} \sum \frac{v_i}{m_{eff}} \rho_f(\vec{r})$$

Ziel f. Maxwell

in UA: Hierarchieproblem und Lösung  
d. Faktorisierung d. Momente:

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \vec{v}(\vec{r}, t) u(\vec{r}, t)$$

↑ Auswahl
↑ festwindig/ged.
← Ladungsdichte
(Probe - teilchen)

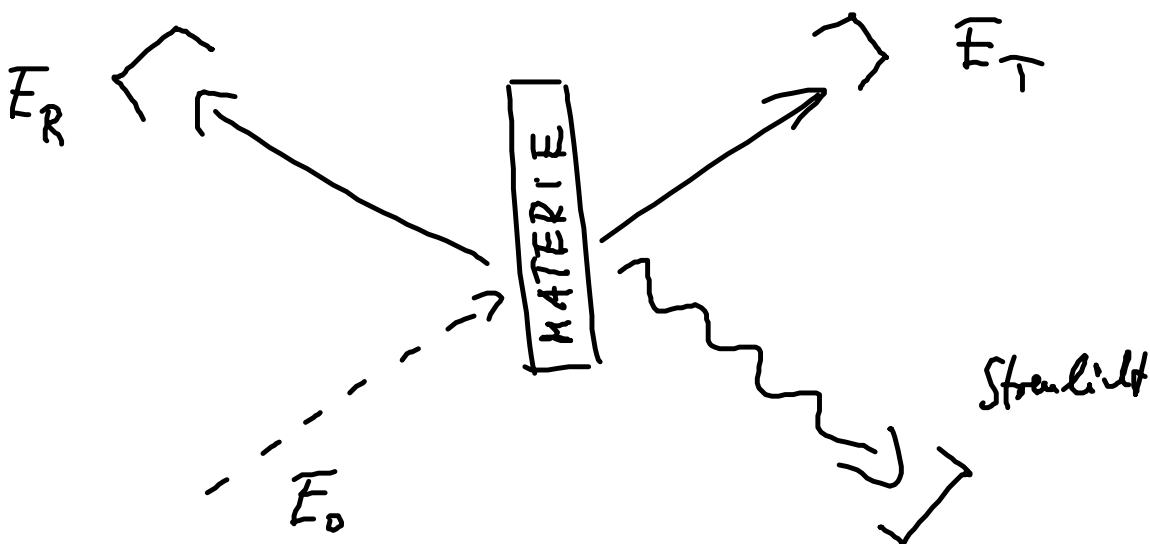
UA

$$\partial_t \vec{v}(\vec{r}, t) = -\vec{v}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nabla}_r \vec{v}(\vec{r}, t) + \frac{q}{m_{eff}} (\vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{v}(\vec{r}, t) \times \vec{B}(\vec{r}, t))$$

mittlere Opt's  
Turbulenz

Beschreibung in elektromagn. Feld

### IV Detektierte Signale in klassischer Optik



erfordert eigentlich  
eine Quark-  
beschreibung d. Licht

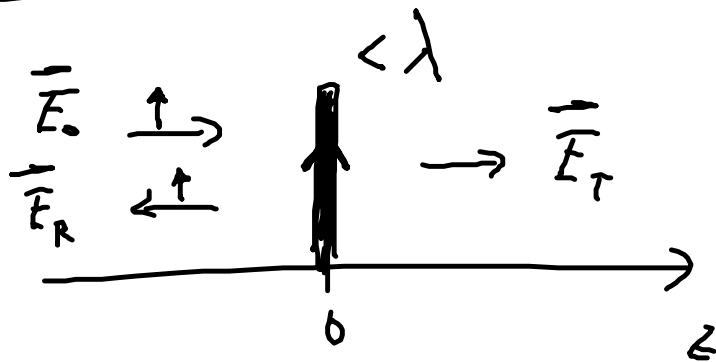
Lösungsmethodik:

Maxwellgl. + Strom / Dipol + geometrie

a) numerisch Maxwellgleichungen: FDTD

b) Randbedingg. + Lösung analytisch

Bsp f. b: Ebene Welle an dünner Dipol schicht



Dipol / Platte

ebene Welle:  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$

$$\left( \vec{\nabla}^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \right) \vec{E}(\vec{r}, t) = \mu_0 \partial_t^2 \vec{P}(\vec{r}, t) \approx \mu_0 \delta(z) \ddot{\vec{P}}_{2d}(t)$$

inhomogene Lösung, eine Polaris.los  $\vec{E} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int d\vec{r}' \frac{\delta(z') \ddot{\vec{P}}_{2d}(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$

$$E(x, y=0, z) = - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \quad x, y =$$

↑  
 egal wo  
 man da  
 aussieht

$$\int d^3r' \frac{\partial^2 P \left( t - \frac{\sqrt{\rho'^2 + (z-z')^2}}{c} \right)}{\left( \rho'^2 + (z-z')^2 \right)^{3/2}}$$

$$\left( \int d\varphi \rightarrow 2\pi, \int dz' \delta(z') \right)$$

$$= - \frac{\mu_0}{2} \int_0^{\infty} d\rho' \rho' \frac{\partial^2 P_{2d} \left( t - \frac{(\rho'^2 + |z|^2)^{1/2}}{c} \right)}{\left( \rho'^2 + |z|^2 \right)^{3/2}}$$

neue Koordinate  $x = \frac{(\rho'^2 + |z|^2)^{1/2}}{c}$

$$= - \frac{\mu_0}{2} c \int_{|z|/c}^{\infty} dx \partial_t^2 P(t-x), \quad \partial_t \rightarrow -\partial_x$$

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

↙ P gegen Null

$$= \frac{1}{2\epsilon_0 c} \partial_t^2 P^{2d} \left( t-x \right) \Big|_{|z|/c}^{\infty}$$

$$= - \frac{1}{2\epsilon_0 c} \partial_t^2 P \left( t - \frac{|z|}{c} \right)$$



Gesamtlösung ist homogen + speziell in homogen. Lsg.

$$E(z,t) = \begin{cases} z < 0 & \underline{E}_0 \left(t - \frac{z}{c}\right) - \frac{1}{2\epsilon_0 c} \partial_t P_{zd} \left(t + \frac{z}{c}\right) \\ z > 0 & \underline{E}_0 \left(t - \frac{z}{c}\right) - \frac{1}{2\epsilon_0 c} \partial_t P_{zd} \left(t - \frac{z}{c}\right) \end{cases}$$

Bemerkungen:

a) gilt f. beliebige Materialien

b) Stetigkeit bei  $z=0$  erfordert:  $E(z=0)!$

$$\underline{E}_0(t) - \frac{1}{2\epsilon_0 c} \partial_t P_{zd}(t)$$

c) Am Ort d. Probe wirkt nicht nur  
das eingestrahelte Feld sondern auch  
das rezeivierte.

(Selbstwechselwirkung)

d) Interpretation:

