

DDFT : DWGL bei der Tensidkomponente der
Dichtedifferenz ~~ist~~ $\rho_g(\mu, \epsilon) = \rho_l(\mu, \epsilon) - \rho_b$
in linearisierter Form

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial \epsilon} \bar{\rho}(\mu, \epsilon) = + R(\mu) \rho(\mu, \epsilon)$$

$$R(\mu) \sim -Dk^2 (1 - \rho_b C^{(g)}(\mu))$$

$$\Rightarrow \bar{\rho}(\mu, \epsilon) \sim e^{R(\mu) \epsilon}$$

Innerhalb des 2-Phasengebietes findet man
"Moden" (k -Werte), bei denen $R(k) > 0$
 \Rightarrow instabile Moden!

Einfachere Theorie: Cahn-Hilliand-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = -\nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = -M \nabla \frac{\delta F[\rho]}{\delta \rho}$$

Polynom

$$\text{mit } F[\rho] = \int d\mathbf{r} \left(f_0(\rho(\mathbf{r})) + \frac{k^*}{2} (\nabla \rho(\mathbf{r}))^2 \right)$$

Ginzburg-Landau - Free Energy

Man erhält nach Variationsableitung von F

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = M \nabla^2 \left[\frac{\partial f_0(\rho(\mathbf{r}, t))}{\partial \rho(\mathbf{r}, t)} - k^* \nabla^2 \rho(\mathbf{r}, t) \right]$$

Betrachte statt $\rho(\mathbf{r}, t)$ wieder die Dichtedifferenz

$$\tilde{\rho}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t) - \rho_b$$

und linearisiere

Taylorentwicklung um ρ_b

betrachte dazu

$$\frac{\partial f_0(\rho(\mathbf{r}, t))}{\partial \rho(\mathbf{r}, t)} = g_0(\rho(\mathbf{r}, t)) \stackrel{\downarrow}{=} g_0(\rho_b) + \frac{\partial g_0}{\partial \rho} \Big|_{\rho_b} \tilde{\rho}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g_0}{\partial \rho^2} \Big|_{\rho_b} \tilde{\rho}(\mathbf{r}, t)^2$$

Term 0-te Ordnung:

Constant \Rightarrow fällt weg wegen
räuml. Ableitung ^{noch Ersetze}

Term 1-te Ordnung:

linear in $\tilde{\varphi}(\underline{r}, t) \Rightarrow$ relevant

Term 2-te Ordnung: quadratisch in $\tilde{\varphi}$
 \Rightarrow fällt weg nach Linearisierung!

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\varphi}(\underline{r}, t) = M \nabla^2 \left(\underbrace{\frac{\partial^2 f_0}{\partial \varphi^2}}_{\text{Konstant}} \Big|_{\varphi_0} - k^* \nabla^2 \right) \tilde{\varphi}(\underline{r}, t)$$

Fouriertransformation:

$$\tilde{\varphi}(\underline{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\underline{k} e^{-i\underline{k} \cdot \underline{r}} \tilde{\varphi}(\underline{k}, t)$$

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\varphi}(\underline{k}, t) = R^{\text{Cahn-Hilliard}}(\underline{k}) \tilde{\varphi}(\underline{k}, t)$$

$$\text{mit } R^{\text{Cahn-Hilliard}}(\underline{k}) = -M k^2 \left(k^* k^2 + \frac{\partial^2 f_0}{\partial \varphi^2} \Big|_{\varphi_0} \right)$$

Zum Vergleich:

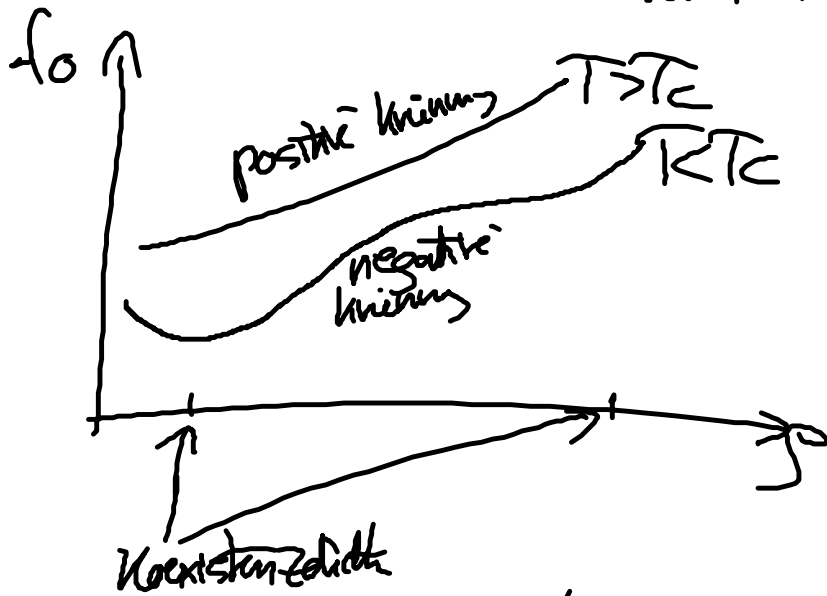
In der DDT hatten wir:

$$R(k) = -Dk^2 \underbrace{(1 - \rho_b C^{(k)})}_{\substack{\text{direkte} \\ \text{Veränderlichkeit}}} \underbrace{(\sigma(k))^{-1}}_{\substack{\text{inverse} \\ \text{Struktur fähigkeit}}}$$

Physikalische:

$$\frac{\partial^2 b}{\partial \xi^2} \sim \chi_T \quad \text{Ischemie} \\ \text{Kompressibilität.}$$

Dies ist negativ
im Zwei-Phasenfeld



typ. Ausdruck
für $b(\rho)$:

$$b(\rho) = \rho \ln(\rho) - 1$$

$\rightarrow \rho^2$
($\rho > 0$)

E.B. aus
Univalenten

\Rightarrow Für bestimmte k -Werte wird R ^{Glu-Hilfs} $(k) > 0$

\rightarrow stabile Moden!

Man sieht:

- Die Calm-Hillard-Theorie ist in sich
konsistent, keine Approximation von Korrelationskoeffizienten
im Mittleregewicht

- Nachricht:

Man startet von einem manifold-artigen Ansatz
für drei Freie Energie, nämlich Gurevich-Landau
(enthält gar keine Korrelationen mehr.)