

Statistik / Thermodynamik

VL Mi 12¹⁵ - 14⁰⁰ (15 Punkte Lösung,
Fr. 08¹⁵ - 10⁰⁰ Werte nötig)

Sprechstunde 13-14 Di, EW 742

(nicht am 21. f.)

1. Einführung

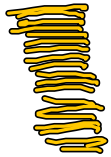
1.1. Grundlegende Konzepte

Aufgabe: Übergang v. Mediziner / QM isolierter Systeme
zu Systeme in Umgebung (mesoskopisch!)
dh. typischerweise 10^{23} Teilchen behandeln

Achtet i.a. • Übermaß an Information!
• nicht exakt lösbar!

Antwort auf dieses Problem: man misst nur einige Observablen f_{ν}

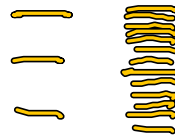
makroskopische Umgebung



sehr dichte F -Spektrum
mit vielen Freiheitsgraden

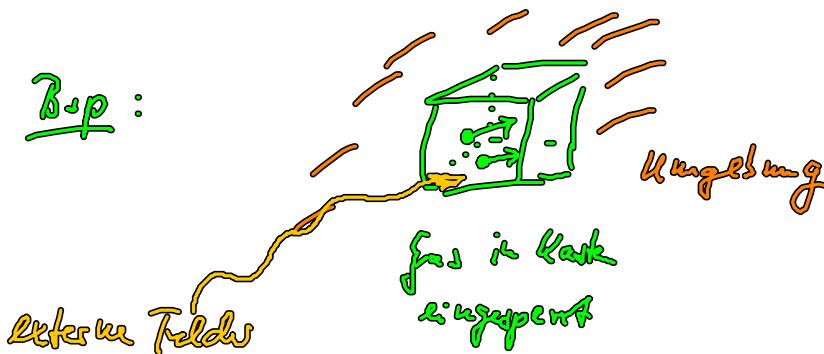
Wechsel-
wirkung

interessantes System



von wenigen Zuständen bis zu
sehr vielen Zuständen

Bsp:



Bsp. Druckmessung

(i) Umgebung wird durch Parameter λ beschrieben

Beispiele: Temperatur, chemisches Potential

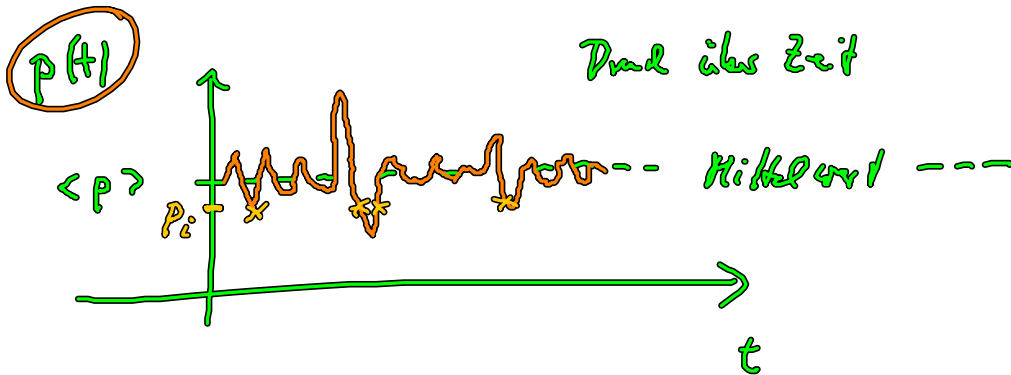
(ii) System wird durch die beobachtbaren Größen Observablen f_{ν}

Beispiel: Druck, Energie

(iii) externe Felder die auf System angriffen h_{ν}

Beispiel: elektromagnetische Felder, Volumen

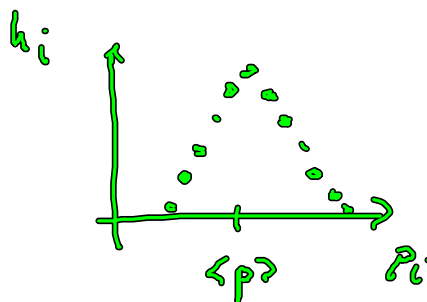
- Mangel an Info über Vielteilchen System wird mit Mangel (beobachtet) an Frage beantwortet
- Schaft: gewisse Observierte Schwaube



Hoffung: Mittelwert beschreibt das System gut

a) zeitlich Mittelwert $\langle p \rangle_t$

aus zeitl. Beschreibung ein Histogramm definieren



$$h_i: \text{relative Häufigkeit} = \frac{n_i}{N}$$

n_i : Zahl d. Auftretens von p_i

N : Gesamtzahl d. Versuche

$h_i \rightarrow w_i$: Wahrscheinlichkeiten
 $N \rightarrow \infty$

alternative Bedeutung d. Mittelwert $\langle p \rangle_E = \sum_i w_i p_i$

man kann 2 Art v. Mittelwert definieren:

zeitlicher $\langle p \rangle_t$, Ensemblemittel $\langle p \rangle_E$

1 System wird f : N -Zeitpunkte gemessen
 N Systeme werden 1 mal gemessen

grundlegende Arbeitshypothese:

Ensemble mittel = Zeitmittel

4 Ergodenhypothese

gilt meist i.a., aber: für wechselwirkende Systeme gültig

$$\langle f_v \rangle_t = \langle f_v \rangle_E$$

Statistische Physik beschäftigt sich mit der Ableitung von
Gesetzen f. makroskopische Systemgröße unter dem
Einfluß der Umgebungsparameter.

Grundlage: Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten
in Ensemble

$$w_i = w_i(\text{Umgebung})$$

Gleichgewicht - statistische Physik:

nach ein gewisse Zeit ohne da existieren externen Felder

wird $\langle f_v \rangle = \text{konst.}$

Nicht gleichgewicht - statistisch Physik

ein offenes System wird d. externen Felder
aus dem Gleichgewicht gebracht

1.2. kurzes historisches Abriss

- A. Avogadro (1776-1856)

Zustandsgleichung ideales Gas

$$p = \frac{N}{V} kT$$

N - Teilzahl

V - Volumen

T - Temperatur

k - Boltzmann Konstante

(dient Fertigg. T -Skala)

$$p = p(T)$$

↑

System

↑

umgep. groß

„ thermische Zustandsgleichung “

- J. Loschmidt (1821-1895)

Avogadro / Loschmidt Zahl :

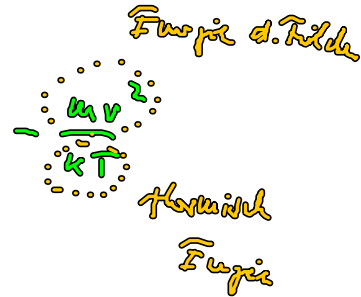
Wieviele Teilchen / Atome findet man in mol. Volumen :

$$12\text{g } {}^{12}\text{C} \rightarrow 6 \cdot 10^{23} \text{ Teilchen}$$

- J. C. Maxwell (1831 - 1879)

Wahrscheinlichkeitsverteilg. der idealen Gase

Bsp: $w_i \rightarrow w(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$



$w(v) dv$ Wahrscheinlichkeit im Intervall dv ein Teilchen mit v zu finden

- J. W. Gibbs (1839 - 1903)

Wahrscheinlichkeit zur Einnahme eines Systemzustands $|i\rangle$

$w_i \sim e^{-\epsilon_i / kT}$, wobei ϵ_i die Energie von $|i\rangle$ ist

Normierung: $w_i = \frac{e^{-\epsilon_i / kT}}{Z}$

Z Zustandssumme: Zählwert, weil Potentialeigenschaften

$$p = - \frac{\partial}{\partial V} \ln Z$$

- L. Boltzmann (1844 - 1906) /

Entf. Entropie $S = -k \sum_i w_i \ln w_i$

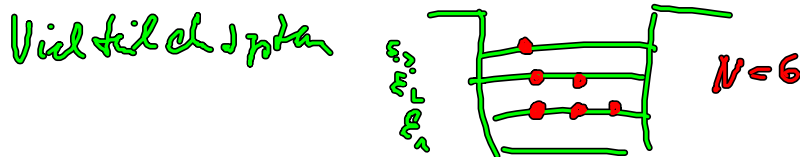
Brücke zwischen mikrosk. Größe und Wahrsch. w_i

$$\left| T^{-1} = \frac{\partial S}{\partial E} \right| \text{Temperaturdefinition!}$$

- C. Shannon (1946)
 - E_i / kT
 - Gilts Ansatz f $w_i \sim e^{-E_i / kT}$
 - kann man S maximal gemacht werden

- E. Fermi (1901-1954)
- N. Bose (1894-1955)

u_ϵ mittlere Besetzungszahl von Teilchen in
einem Zustand $|\epsilon\rangle$ bestimmt



Bose / Fermi verteilungen:

$$u_\epsilon = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} \pm 1}$$

μ : chemisches Potential

+ Fermionen (Spin $\frac{1}{2}$ - Teilchen)

- Bosonen (Spin ganzzahlig)

- M. Planck (1858-1947)

Strahlungsfornel: $u(\omega) = \frac{(4\pi)^3}{c^3} \frac{h \omega^3}{e^{\frac{h\omega}{kT}} - 1}$

↑
E-Dicht über
Frequenz

- P. Debye (1884-1966)

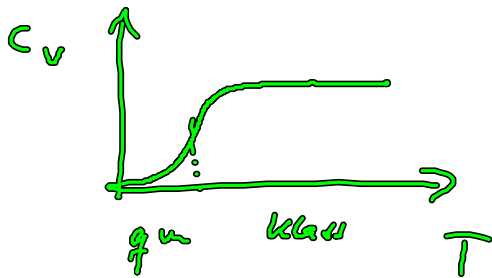
spezifisch Wärme d. Festkörper
(longe Schwingungen)

$c_v(T) = 3kN$

klassisch
(T hoch)

$c_v(T) \sim T^3$

quantenmechanisch
(T tief)



- bisher ohne Wechselwirkung

einfachster Ansatz: „Boltzmann“ ähnliche bzw. „Maxwell-Gibbs“

Relaxation:



Weg von Nichtgleichgewicht ins Gleichgewicht u_E

$$\dot{u}_i(t) = - \sum_e \Gamma_{i \rightarrow e} u_i(t) + \sum_e \Gamma_{e \rightarrow i} u_e(t)$$

↑
 Besetzungszahl

↳
 $\frac{1}{\text{Zeit}} \hat{=} \text{Rate}$

• Verallgemeinerung der Schrödingergl. in die Umgebung

J. v. Neumann (1903-57)

$$i\hbar \dot{|\psi\rangle} = H|\psi\rangle \Rightarrow i\hbar \dot{|\psi\rangle} = [H, \rho]$$

Umgebung. ↑
 stabilisiert
 Operator

$$\langle 0 | \dot{\psi} \rangle = \langle \psi | 0 | \dot{\psi} \rangle \Rightarrow \langle \dot{g}_\nu \rangle = \text{sp}(g_\nu \rho)$$