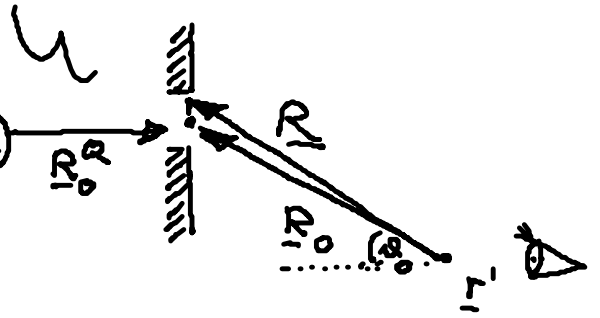


Fraunhofer'sche Beugung am Spalt

(Fresnelzone: $\lambda \ll d \ll \sqrt{\lambda R}$)

$$\phi(r') \approx -\frac{i}{\lambda} \frac{\cos \vartheta_0}{R_0 R_0^Q} \int_B df e^{ik(R+R^Q)}$$



$$R = R_0 + s$$

$$R^2 \approx R_0^2 + 2R_0 \cdot s$$

$$\Rightarrow R \approx R_0 \left(1 + \frac{2s}{R_0} \right)^{1/2} \approx R_0 \left(1 + \frac{s}{R_0} \right)$$

$$R \approx R_0 + \alpha \cdot s$$

mit

$$\alpha := \frac{\sqrt{2s/R_0}}{R_0}$$

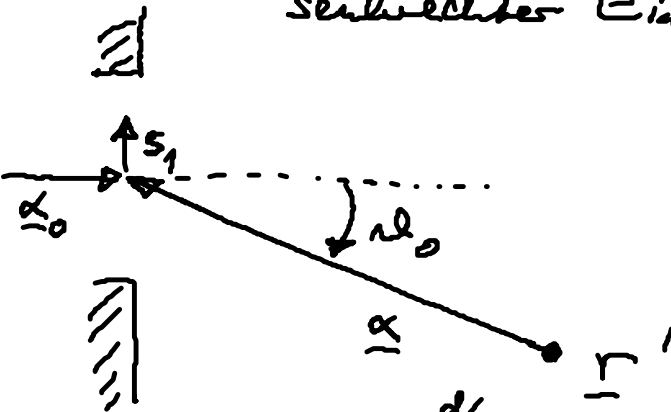
analog $R^Q \approx R_0^Q + \alpha_0 \cdot s$

mit

$$\alpha_0 := \frac{\sqrt{2s/R_0^Q}}{R_0^Q}$$

$$\Rightarrow \phi(r') \approx -\frac{i}{\lambda} \frac{e^{ik(R_0+R_0^Q)}}{R_0 R_0^Q} \cos \vartheta_0 \int_B ds e^{ik(\alpha+\alpha_0) \cdot s}$$

senkrechter Einfall: $\alpha_0 \cdot s = 0$



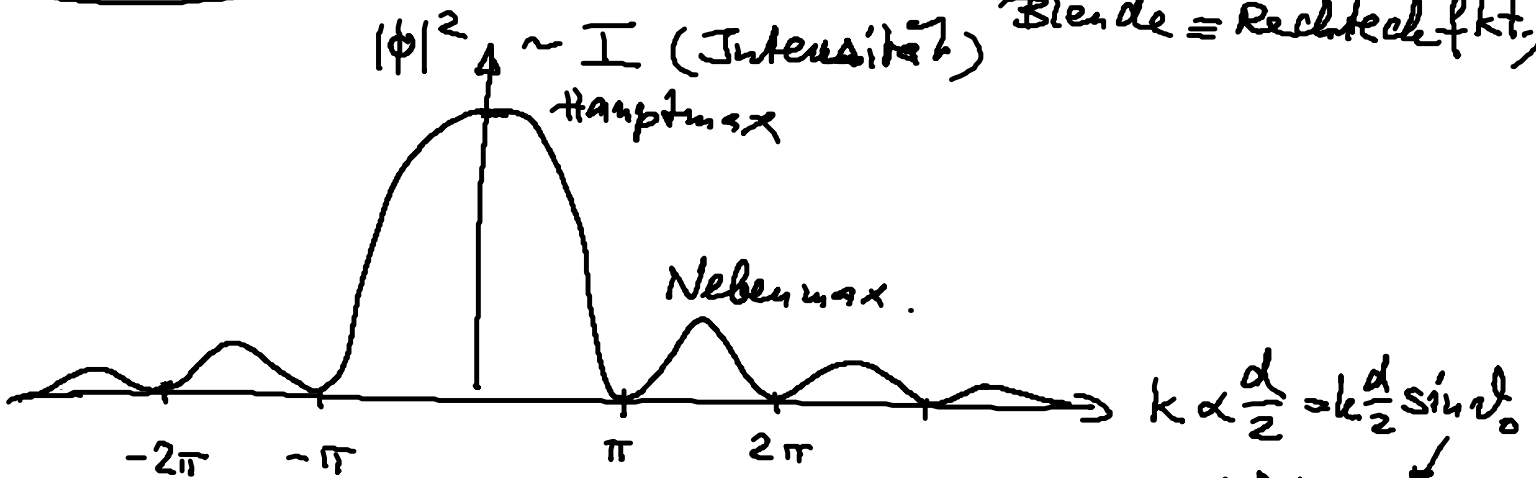
$$\alpha := \sin \vartheta_0$$

$$\alpha s = s_1 \sin \vartheta_0$$

$$\phi(r') = e^{ik\alpha s_1} \int_{-d/2}^{d/2} ds_1 e^{i\alpha s_1} = \frac{c}{i\alpha} \left(e^{i\alpha \frac{d}{2}} - e^{-i\alpha \frac{d}{2}} \right)$$

$$\phi(x') = Cd \frac{\sin(kx \frac{d}{2})}{kx \frac{d}{2}}$$

"Spaltfunktion"
 (Fouriertrafo der Blende \equiv Rechteckfkt.)



Brennungsminima bei $\sin \alpha_0 = n \frac{\lambda}{d}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

5. Materie in elektr. u. magn. Feldern

5.1 Polarisation

mikroskop.: (i) freie Ladungsträger (Metalle, Halbleiter)
 \Rightarrow el. Ströme

(ii) gebundene Ladungen (Isolatoren)

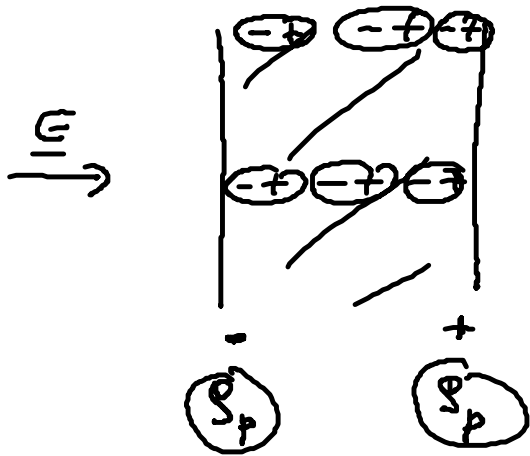
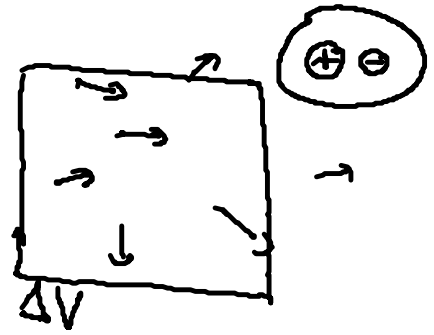
\rightarrow Polarisierung im \underline{E} -Feld

(9) el. Dipolmomente \underline{p}_- \rightarrow orientiert $\uparrow \underline{E}$

(b) el. Dipole induziert $\uparrow\uparrow \underline{E}$

Macrosc. räuml. Mittelung

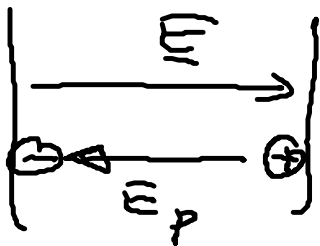
$$V_{\text{atom}} \ll \Delta V \ll V_{\text{system}}$$



Polarisationsladungsdichte der gebundenen Ladungen

⇒ gegenfeld \underline{E}_p

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \underline{E}_p = \rho_p$$



Resultierendes Gesamtfeld:

$$\underline{E}' = \underline{E} + \underline{E}_p \quad : \quad \epsilon_0 \nabla \cdot \underline{E}' = \underbrace{\epsilon_0 \nabla \cdot \underline{E}}_{\rho(\text{frei})} + \rho_p$$

$$\epsilon_0 \underline{\nabla} \cdot \underline{E}' = \rho + \rho_p$$

Polarisation $\underline{P}(\underline{r}, t) := -\epsilon_0 \underline{E}_p(\underline{r}, t)$
= makroskop. gemittelte el. Dipoldichte

$$\Rightarrow \underline{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \underline{E}' + \underline{P}) = \rho$$
$$\underline{\nabla} \cdot \underline{P} = -\rho_p$$

Dielektr. Verschiebung $\underline{D}(\underline{r}, t) := \epsilon_0 \underline{E}' + \underline{P}$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{D} = \rho$$

$\underline{D} = \epsilon_0 \underline{E}$
nur freie Ladungen
als Quellen

mikr. \longleftrightarrow makr. Feld

$$\rho_m(\underline{r}, t) = \sum_i q_i \delta(\underline{r} - \underline{r}_i(t)) \quad \text{mikr. Ladungsdichte}$$

$$\underline{P}_m(\underline{r}, t) = \sum_i \underline{p}_i(t) \delta(\underline{r} - \underline{r}_i) \quad \text{mikr. Dipoldichte}$$

Mittelung über kleines makr. Vol. ΔV :

$$\Rightarrow \rho(\underline{r}, t) = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} d^3s \rho_m(\underline{r} + \underline{s}, t)$$

$$\underline{P}(\underline{r}, t) = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} d^3s \underline{P}_m(\underline{r} + \underline{s}, t)$$

makroskop. Dipoldichte $\stackrel{\Delta V}{\equiv}$ Polarisation

5.2 Magnetisierung

mikrosk.:

(a) permanente magn. Dipolmomente \underline{m}
orientiert $\uparrow\uparrow \underline{B}$

\Rightarrow paramagn. Verhalten

(b) induzierte magn. Momente \underline{m}
 $\uparrow\downarrow \underline{B}$ (Lenz'sche Regel)

\Rightarrow di'magn. Verhalten

makroskop. gemittelte Felder

$$\underline{M}(\underline{r}, t) = \frac{1}{\Delta V} \int d^3s \underline{M}_m(\underline{r}+s, t)$$

makrosk. magn. Dipoldichte mikr. magn. Dipoldichte
= Magnetisierung

Magnetisierungsstromdichte \underline{j}'_M

$$\underline{\nabla} \times \underline{B}_M = \mu_0 \underline{j}'_M$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{M} = \underline{j}'_M$$

$$\underline{\nabla} \times \underbrace{\left(\frac{1}{\mu_0} \underline{B}' - \underline{M} \right)}_{\underline{H}} = \underline{j}$$

nur noch freie
Stromdichte

$$\underline{B}' - \underbrace{\underline{B}_M}_{\underline{M}/\mu_0} = \underline{B}$$

$$\Rightarrow \underline{H} = \frac{\underline{B}}{\mu_0}$$

$$\underline{B} = \mu_0 \underline{H}$$

P Polaris.

M Magn.

$$-\nabla \cdot \underline{P} = \rho_p$$

Polarisationsladungsdichte

$$\underline{j}_M = \nabla \times \underline{M}$$

Magnetisierungsstromdichte

$$\underline{j}_P = \frac{\partial}{\partial t} \underline{P}$$

Polaris. Stromdichte

Zusammenfassung:

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} + \frac{\partial}{\partial t} \underline{B} = 0$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B} = 0$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{D} = \rho$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{H} - \frac{\partial}{\partial t} \underline{D} = \underline{j}$$

$$\underline{D} = \epsilon_0 \underline{E} + \underline{P}$$

} WW der Felder mit
Probeladungen

} Erzeugung der
Felder durch
freie Ladungen
u. Ströme

$$\underline{H} = \frac{1}{\mu_0} \underline{B} - \underline{M}$$

Ergänzung durch Materialgl.

notwendig : $\underline{P} \leftrightarrow \underline{E}$

$$\underline{M} \leftrightarrow \underline{B}$$

Einfachster Fall

(i) isotrope Materie $\Rightarrow \underline{P} \uparrow \uparrow \underline{E}$

skalar

$$\underline{M} \uparrow \uparrow \underline{B} \text{ oder } \underline{M} \uparrow \downarrow \underline{B}$$

(ii) nicht zu hohe Felder \Rightarrow

(paramagn.) (diamagn.)

$$\underline{P} \sim \underline{E}, \underline{M} \sim \underline{B}$$

linear

(iii) keine Gedächtniseffekte

$$\underline{P}(\underline{r}, t) \sim \underline{E}(\underline{r}, t)$$

keine nicht-lokale WW

$$\underline{M}(\underline{r}, t) \sim \underline{B}(\underline{r}, t)$$

instantan, lokal

$$\underline{P} = \epsilon_0 \chi_e \underline{E}$$

$$\underline{M} = \chi_M \underline{H}$$

el. Suszeptibilität χ_e

magn. Suszeptibilität χ_M

(Materialeigenschaften)

$$\underline{D} = \epsilon_0 \underline{E} + \underline{P} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \underline{E} = \epsilon_0 \epsilon \underline{E}$$

mit $\epsilon := 1 + \chi_e$ (relative Dielektrizitätskonstante = permittivity)

$$\underline{B} = \mu_0 (\underline{H} + \underline{M}) = \mu_0 (1 + \chi_M) \underline{H} = \mu_0 \mu \underline{H}$$

mit $\mu := 1 + \chi_M$ (relative Permeabilität)

$$\Rightarrow \underline{M} = \chi_M \underline{H} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\chi_M}{\mu} \underline{B} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\chi_M}{1 + \chi_M} \underline{B}$$

paramagn. $\chi_M > 0 \Rightarrow \mu > 1$

diamagn. $-1 < \chi_M < 0 \Rightarrow 0 < \mu < 1$

(iv) Abweichungen der einfachen Materialgesetze

— anisotrope Kristalle $\underline{P} = \epsilon_0 \underline{\chi}_e \underline{E}$

(symm. Tensor $\underline{\chi}_e$)

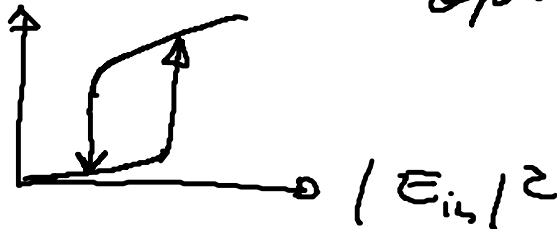
— starke Felder: $\underline{P} = \epsilon_0 (\chi_e^{(1)} \underline{E} + \chi_e^{(3)} \underline{E}^3 + \dots)$

Anwendung: nichtlineare Optik

opt. Bistabilität

opt. Schalter

$|E_{out}|^2$



— für hochfrequente Felder

$$\underline{P}(\underline{r}, t) = \epsilon_0 \int d^3 r' dt' \chi_e(\underline{r}, \underline{r}', t, t') \underline{E}(\underline{r}', t')$$

(räuml. bzw. zeitliche Dispersion)

$$\hat{P}(\underline{k}, \omega) = \epsilon_0 \hat{\chi}_e(\underline{k}, \omega) \hat{E}(\underline{k}, \omega)$$