• Bitte anschauen: MMP

Vorlesung 3: 2.4.4 Drehungen
Vorlesung 10: 6.4 Nabla-Operator (kartes. Koord.)
Vorlesung 11: } 6.6 Rotation
" 12: } 7.1. Linienintegrale

1.2 Kinematik eines Massenpunktes

• Sommerfeld: „Die Kinematik behandelt die Geometrie der Bewegung ohne Rücksicht auf deren physikal. Realisierung"

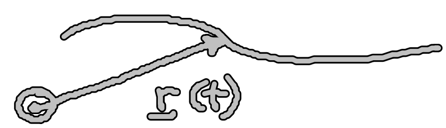
• Massepkt: idealisiertes Objekt, <u>ohne</u> Ausdehnung, aber <u>mit</u> Masse

<u>real</u>: Ausdehnung $\ll$ typische Längenskala im System

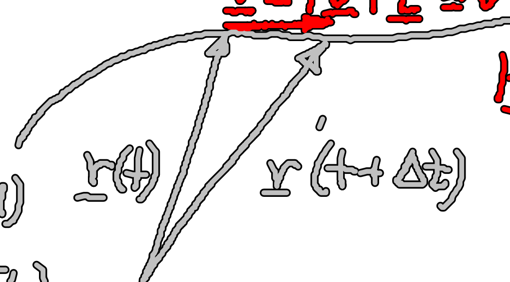
<u>Bsp</u>: Planeten im Sonnensystem, Galaxien im Galaxienhaufen, Atome im Gas, etc.

a) <u>Geschwindigkeit:</u>

Bahnkurve $\underline{r}(t)$



$$\boxed{\underline{v}(t) = \frac{d\underline{r}}{dt} = \dot{\underline{r}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\underline{r}(t+\Delta t) - \underline{r}(t)}{\Delta t}} \quad (1.1)$$



$\underline{v} = |\underline{v}|\,\underline{t} = v\,\underline{t}$

$|\underline{t}| = 1$

... Tangentialvektor an $\underline{r}(t)$

NB: Bogenlänge s

$$v = |\underline{v}| = \frac{ds}{dt} \leftarrow \text{in der } dt \text{ zurückgelegte Strecke}$$

$$\longrightarrow \quad ds = v\, dt \longrightarrow s = \int_0^t v(t')\,dt' = \int_0^s ds' \qquad (1.2)$$

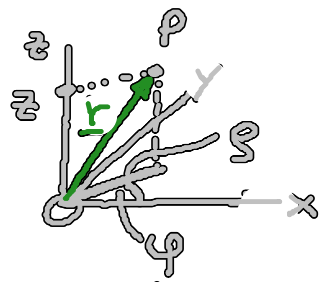
... „zurückgelegte Weg"

• kartes. Koord.

$$\underline{v}(t) = \dot{x}\,\underline{e}_x + \dot{y}\,\underline{e}_y + \dot{z}\,\underline{e}_z = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \qquad (1.3)$$

wobei $\underline{r} = x\,\underline{e}_x + y\,\underline{e}_y + z\,\underline{e}_z = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

• Zylinderkoord.



$$\underline{v}(t) = \frac{d\underline{r}}{dt} \;\overline{\overline{\text{Kettenregel}}}\; \frac{\partial \underline{r}}{\partial \rho}\,\dot{\rho} + \frac{\partial \underline{r}}{\partial \varphi}\,\dot{\varphi} + \frac{\partial \underline{r}}{\partial z}\,\dot{z}$$

Bahn: $(\rho(t), \varphi(t), z(t))$

$$\xrightarrow[\text{Üb}]{\text{MMP}} \quad \boxed{\underline{v}(t) = \underbrace{\dot{\rho}\,\underline{e}_\rho}_{\text{radiale}} + \underbrace{\rho\dot{\varphi}\,\underline{e}_\varphi}_{\text{azimuthale}} + \underbrace{\dot{z}\,\underline{e}_z}_{\text{axiale Geschw.}}} \qquad (1.4)$$

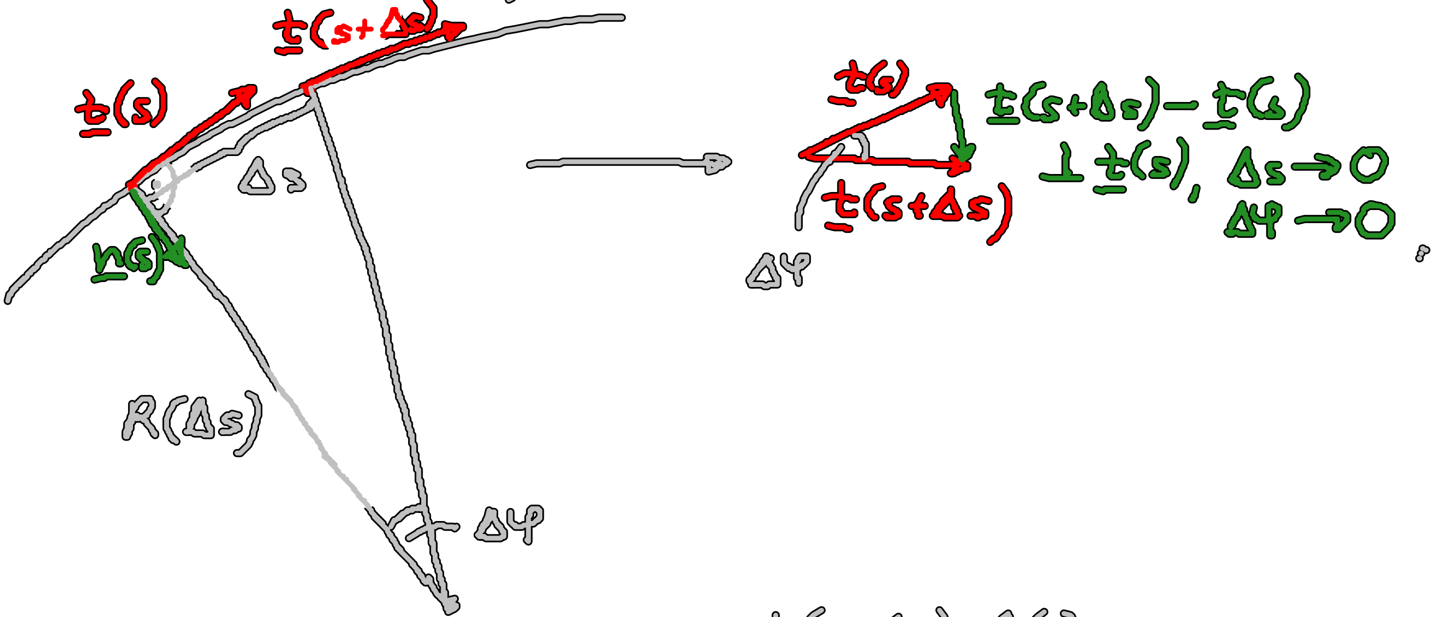
$\dot{\varphi}$ ... Winkelgeschw.

b) Beschleunigung

• $\underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{d^2\underline{r}}{dt^2}$ (1.5) ... "acceleration"

• Zerlegung von $\underline{a}$ nach natürlichen Komponenten

Bahnkurve: $\underline{r}(s)$ $\quad |\underline{t}|=1!$



Normalenvektor $\underline{n}(s) = \lim\limits_{\Delta\varphi\to 0} \underbrace{\dfrac{\underline{t}(s+\Delta s)-\underline{t}(s)}{\Delta\varphi}}_{\text{Normierung auf 1, weil } |\underline{t}|=1}$

$$\left[\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R(\Delta s)}\right] = \lim_{\Delta s\to 0} R(\Delta s)\,\frac{\underline{t}(s+\Delta s)-\underline{t}(s)}{\Delta s}$$

$$\longrightarrow \boxed{\underline{n}(s) = R\,\frac{d\underline{t}}{ds}} \quad \text{mit} \quad \boxed{\frac{1}{R} = \left|\frac{d\underline{t}}{ds}\right|} \qquad (1.6)$$

$|\underline{n}|=1!$ ... Krümmung der Bahnkurve

R ... Krümmungsradius

$\longrightarrow$ begleitendes Dreibein für Massenpkt.

$\underline{t}$, $\underline{n}$, Binormalenvektor: $\underline{b} = \underline{t} \times \underline{n}$ (1.7)

$|\underline{t}| = |\underline{n}| = |\underline{b}| = 1 \longrightarrow$ lokale ONB

- $$\underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v\underline{t}) = \frac{dv}{dt}\underline{t} + v\frac{d\underline{t}}{dt} = \frac{dv}{dt}\underline{t} + v\frac{d\underline{t}}{ds}\underbrace{\frac{ds}{dt}}_{v}$$

$$\xrightarrow[(1.6)]{} \boxed{\underline{a} = \underbrace{\frac{dv}{dt}\underline{t}}_{\text{Tangential-beschleu.}} + \underbrace{\frac{v^2}{R}\underline{n}}_{\text{Radialbeschl.}}} \quad (1.8)$$

Radialbeschl. = „Zentripetalbeschl."

bei Richtungsänderung

- $\sim \frac{v^2}{R}$

- Anwendung auf Helixbahn: $\longrightarrow$ Übungen

1.3 Newtonsche Axiome

$\longrightarrow$ Folie