- Bitte anschauen: MMP

Vorlesung 10: 6.4. Nabla-Operator

" 11: } 6.6. Rotation

12: } 7.1: Linienintegral

1.4. Galileisches Relativitätsprinzip

(der klass. Mechanik)

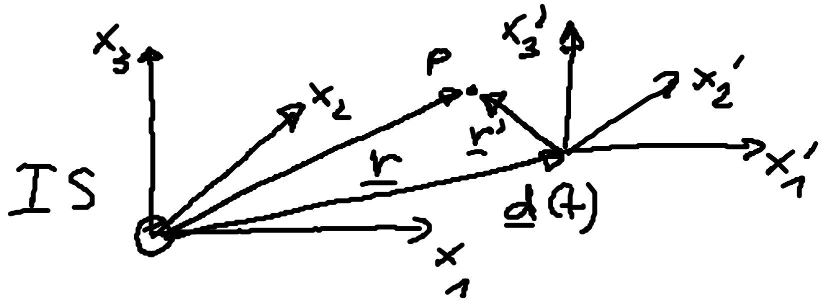
$$\boxed{\text{Alle IS bewegen sich gleichförmig zueinander. Sie sind alle gleichwertig}} \quad (1.26)$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\boxed{\text{Die Newtonschen Axiome sind „forminvariant" unter Galilei-Transformationen}}$$

- Beweis!?

a) Herleitung spezielle Galileitransformation:



BS' = IS'?

$$\underline{r}(t) = \underline{r}'(t) + \underline{d}(t) \quad (1.28)$$

- Forderung: 1. Newton. Axiom gilt in allen IS

$$m\ddot{\underline{r}} = \underline{0} \quad \text{in IS} \quad (1.29)$$

$$\longrightarrow \quad m\ddot{\underline{r}}' = -m\ddot{\underline{d}}(t) \quad (1.30)$$

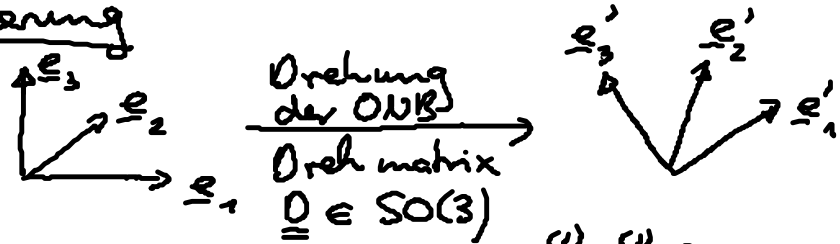
Bew. gesetz in BS'

$$BS' = IS'? \longrightarrow \ddot{\underline{d}}(t) = \underline{0} \longrightarrow \underline{d} = \underline{v}t + \underline{a} \quad (1.31)$$

$$\longrightarrow \quad \underline{r}' = \underline{r} - \underline{v}t - \underline{a} \qquad (1.32)$$

b) Verallgemeinerung

• Erinnerung:



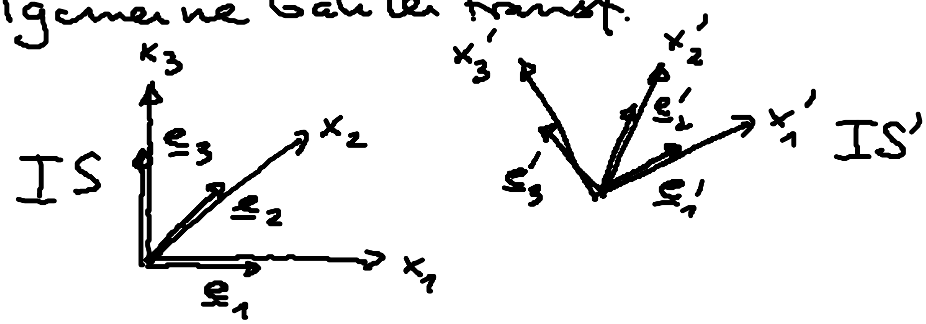
$$\text{mit } D_{ij} = \underline{e}_i' \cdot \underline{e}_j \xrightarrow{\underline{e}_i^{(1)} \cdot \underline{e}_j^{(1)} = \delta_{ij}} \underline{\underline{D}}\,\underline{\underline{D}}^t = 1 \Longleftrightarrow \underline{\underline{D}}^t = \underline{\underline{D}}^{-1}$$

passiver Standpkt.: $\underline{a} = a_j \underline{e}_j = a_i' \underline{e}_i' \longrightarrow$

$$a_i' = D_{ij} a_j$$

$$\underline{a}' = \underline{\underline{D}}\,\underline{a} \quad \text{mit } \underline{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \quad \underline{a}' = \begin{pmatrix} a_1' \\ a_2' \\ a_3' \end{pmatrix}$$

• allgemeine Galilei transf.



$$\boxed{\begin{aligned} \underline{r}' &= \underline{\underline{D}}\,(\underline{r} - \underline{v}t - \underline{a}) \\ t' &= t - t_0 \end{aligned}} \qquad (1.33)$$

$$\left.\begin{array}{l} \underline{v} \text{ ... gleichförmige Bewegung ("boost"), 3 Komp} \\ \underline{a} \text{ ... konst. Verschiebung, 3 Komp.} \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{in Komp.} \\ \text{bzgl. ONB} \\ \text{von IS}\end{array}$$

t_0 ... " " in der Zeit, 1 Parameter

$\underline{\underline{D}}$ … Drehung von IS' relativ zu IS, 3 Eulersche Winkel

$\longrightarrow$ $\boxed{\text{Galileigruppe mit 10 Parametern bzgl. Hintereinander-Ausführung}}$ $\longrightarrow$ Übungen zeige Gruppenaxiome

c) 2. Newtonsches Axiom forminvariant unter (1.33)?

$$\underline{\underline{D}} \,\Big|\, m\underset{\uparrow\, \underline{\underline{D}}^{-1}\ddot{\underline{r}}'}{\ddot{\underline{r}}}(t) = \underline{F}(\underset{\uparrow\, \underline{\underline{D}}^{-1}\underline{r}'+\underline{v}t+\underline{a}}{\underline{r}}, \underset{\uparrow\, \underline{\underline{D}}^{-1}\dot{\underline{r}}'+\underline{v}}{\dot{\underline{r}}}, \underset{\uparrow\, t'+t_0}{t}) \quad \text{in IS}$$

$$\longrightarrow \quad \underline{m\ddot{\underline{r}}'} = \underline{\underline{D}}\,\underline{F}(\ldots) = \underline{\underline{F}'(\underline{r}', \dot{\underline{r}}', t)} \text{ in IS}'$$

$\boxed{\text{Gesetze der klass. Physik müssen forminvariant unter (1.33) sein!}}$

d) <u>Gültigkeit der Galilei-Invarianz</u>

- Maxwell-Gln <u>nicht</u> forminvariant unter (1.33)!

denn: Galilei: IS: c, IS': $c \pm v$

Maxwell: IS: c, IS': c

- <u>Einsteinsches Rel. prinzip:</u>

$\boxed{\text{Alle IS sind gleichwertig. In jedem IS ist die Lichtgeschwindigkeit } c}$

$\longrightarrow$ Lorentz-Trafo für IS $\rightarrow$ IS': Zeit nicht mehr absolut

↳ Maxwell-Gln. invariant

↳ 2. Newtonsches Axiom modifiziert:

$$m \longrightarrow \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

m_0: "Ruhemasse"

2. Erhaltungssätze

- allg. Folgerungen aus den Newton. Axiomen:
  - Begriffe einführen
  - Erhaltungssätze " , erleichtern Problemlsg.

2.1. Impulserhaltung

- Impulssatz: $\int_{t_1}^{t_2} dt \,/\, \underline{F} = \frac{d\underline{p}}{dt} \longrightarrow \int_{t_1}^{t_2}\frac{d\underline{p}}{dt}\,dt = \int_{t_1}^{t_2}\underline{F}\,dt$

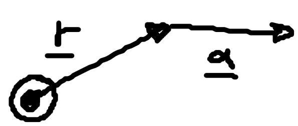
$$\longrightarrow \boxed{\underline{p}(t_2)-\underline{p}(t_1) = \underbrace{\int_{t_1}^{t_2}\underline{F}(t)\,dt}_{\text{Kraftstoß}}} \quad (2.1)$$

$$\boxed{\underline{F}=0 \longrightarrow \underline{p}=\text{konst.} \quad \dots \text{Impulserhaltung}} \quad (2.2)$$

.. 1. Newtonsches Axiom

2.2. Drehimpulserhaltung

- Führe ein: Moment $\underline{M}$ einer Vektorgröße $\underline{a}$ bezogen auf einen Pkt. im Raum:



$$\boxed{\underline{M} := \underline{r}\times\underline{a}} \quad (2.3)$$

Bsp:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \underline{D} = \underline{r} \times \underline{F} & \ldots \text{ Kraftmoment, Drehmoment} \\ \underline{L} = \underline{r} \times \underline{p} & \ldots \text{ Impulsmoment, Drehimpuls} \end{array}} \quad (2.4)$$

$$\left(\begin{array}{ll} \underline{r} \times \underline{v} \ldots & \text{Moment der Geschw.} \\ \underline{r} \times \underline{a} \ldots & \text{" der Beschl.} \end{array} \right)$$

- Betrachte: $\underline{D} = \underline{r} \times \underline{F} \overset{\text{2. New.}}{=} \underline{r} \times \frac{d\underline{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\underbrace{(\underline{r} \times \underline{p})}_{\underline{L}} - \underbrace{\dot{\underline{r}} \times \underline{p}}_{=0,\ \dot{\underline{r}} \parallel \underline{p}}$

$\longrightarrow$

$$\boxed{\text{Drehimpulssatz: } \frac{d\underline{L}}{dt} = \underline{D}} \quad (2.5)$$

$$\boxed{\text{Integralform: } \underline{L}(t_2) - \underline{L}(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} \underline{D}(t)\, dt} \quad (2.6)$$

- $\boxed{\underline{D} = 0 \longrightarrow \underline{L} = \text{konst.} \quad \ldots \text{ Drehimpulserhaltung}}$ (2.7)

Anwendung: $\longrightarrow$ Keplerproblem

$\longrightarrow$ starrer Körper

2.3. Flächensatz

- Sei $\underline{D} = \underline{r} \times \underline{F} = \underline{0}$ $\nearrow$ $\underline{F} = 0$

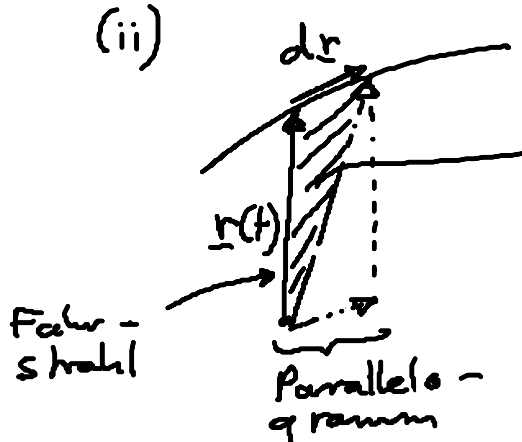
$\searrow$ $\boxed{\underline{F} = f(\underline{r}, \dot{\underline{r}}, t)\, \underline{e}_r \parallel \underline{r} \quad \ldots \text{ Zentralkraftfeld}}$ (2.8), $\underline{e}_r = \frac{\underline{r}}{r}$

- Sei $\underline{D} = 0 \longrightarrow \underline{L} = \text{konst.} = m(\underline{r} \times \dot{\underline{r}})$

$\longrightarrow \underline{r}, \dot{\underline{r}} \perp \underline{L}$

(i) $\boxed{\underline{D} = 0 \longrightarrow \text{ebene Bewegung} \perp \underline{L}}$ (2.9)

(ii)



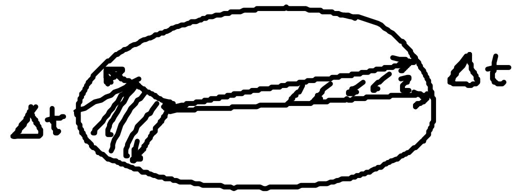
Fläche

$$df = \frac{1}{2} |\underline{r} \times d\underline{r}|$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\frac{1}{2}|\underline{r}\times d\underline{r}|}{dt} = \frac{1}{2}|\underline{r}\times\underline{v}| = \frac{1}{2m}|\underline{r}\times\underline{p}| = \frac{1}{2m}|\underline{L}| = \text{konst.} \qquad (2.10)$$

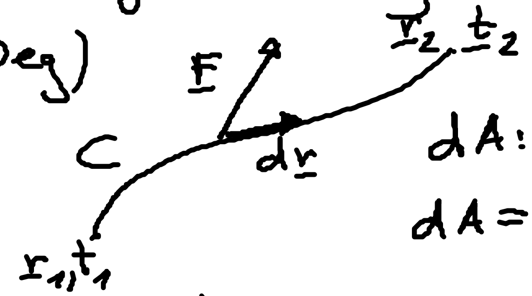
$\longrightarrow$ Flächensatz (2. Keplersche Gesetz)

$\underline{D}=0 \longrightarrow$	Die vom Fahrstrahl pro Zeiteinheit überstrichene Fläche ist konstant	(2.11)



2.4. Energieerhaltung

a) Arbeit: (Kraft × Weg)



$$dA := \underline{F}\cdot d\underline{r} \qquad (2.12)$$

$$dA = 0,\ \underline{F}\perp d\underline{r}$$

• Def:

$$A_{12}(C) = \int_{\underline{r}_1, C}^{\underline{r}_2} dA = \int_{\underline{r}_1, C}^{\underline{r}} F(\underline{r},\dot{\underline{r}},t)\cdot d\underline{r} = \int_{t_1, C}^{t_2, C} \underline{F}(\underline{r},\dot{\underline{r}},t)\cdot\dot{\underline{r}}(t)\,dt \qquad (2.13)$$

… Arbeit, die Kraftfeld $\underline{F}$ am Massenpkt. verrichtet, wenn er sich von $\underline{r}_1$ nach $\underline{r}_2$ bewegt.