- $\boxed{\begin{aligned} \ddot{\underline{R}} &= 0 \\ \mu \ddot{\underline{r}} &= \underline{F}_{12}(\underline{r}) \end{aligned}}$ (9.8)

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{r}_1 &= \underline{R} + \frac{m_2}{M}\underline{r} \\ \underline{r}_2 &= \underline{R} - \frac{m_1}{M}\underline{r} \end{aligned}} \quad (9.3)$$

- Gesamtimpuls: $\boxed{\underline{P} = M\dot{\underline{R}}}$ (9.9)

  „Relativ" ": $\boxed{\underline{p}^* = \mu\dot{\underline{r}}}$ (9.10)

- Gesamtdrehimpuls: $\underline{L} = \underline{r}_1 \times \underline{p}_1 + \underline{r}_2 \times \underline{p}_2$

$$\xrightarrow{(9.3)} \boxed{\underline{L} = \underline{L}_M + \underline{L}_\mu = \underline{R} \times \underline{P} + \underline{r} \times \underline{p}^*} \quad (9.11)$$

- kinet. Energie: $T = \frac{m_1}{2}\dot{\underline{r}}_1^2 + \frac{m_2}{2}\dot{\underline{r}}_2^2$

$$\xrightarrow{(9.3)} \boxed{T = \frac{M}{2}\dot{\underline{R}}^2 + \frac{\mu}{2}\dot{\underline{r}}^2 = \frac{P^2}{2M} + \frac{p^{*2}}{2\mu}} \quad (9.12)$$

b) Keplerproblem: [→Kap. 6]

c) <u>Schwerpunkt-Bezugssystem</u>: (SS oder <u>C</u>enter of <u>M</u>ass <u>S</u>ystem)

- <u>Def</u>: $\boxed{\underline{R}^* = 0\text{, Ursprung des SS im Schwerpkt.}}$

- Größen im SS: bezeichne mit *

- SS ist Nicht-IS, falls $\underline{F}_1^{(a)} + \underline{F}_2^{(a)} \neq 0$

- Ortsvektoren: $(9.3) \xrightarrow{\underline{R}=0}$ $\boxed{\begin{aligned} \underline{r}_1^* &= \frac{m_2}{M}\underline{r} \\ \underline{r}_2^* &= -\frac{m_1}{M}\underline{r} \end{aligned}}$ (9.14)

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \;!$$

- Teilchenimpulse: $M\dot{\underline{R}}^* = 0 = \underline{p}_1^* + \underline{p}_2^*$

$$\longrightarrow \boxed{\underline{p}_1^* = m_1\dot{\underline{r}}_1^* = -\underline{p}_2^* \underset{(9.14)}{=} \mu\dot{\underline{r}} = \underline{p}^*} \quad (9.15)$$

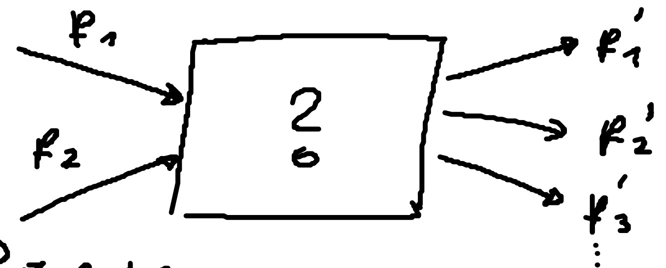
- kinet. Energie in SS: $\boxed{T^* = \frac{p^{*2}}{2m_1} + \frac{p^{*2}}{2m_2} = \frac{p^{*2}}{2\mu}}$ (9.16)

- kinet. Energie im Laborsystem (LS):

(3.12) & (3.16): $$\boxed{T = \frac{P^2}{2M} + T^*} \quad (3.17)$$

$\underbrace{\frac{P^2}{2M}}_{= \text{konst. für } \underline{F}_1^{(a)} + \underline{F}_2^{(a)} = 0\,!}$

- <u>Stoßexp</u>:



$\underline{P} = p_1 + p_2$ $\qquad$ $\underline{P} = \sum p_i'$!!

$\boxed{\text{nur } T^* \text{ in „Produktion", „Anregung" von Teilchen verwendbar}}$

effektiver Stoßprozeß $\longrightarrow$ $\underline{P} = 0 \longrightarrow T^*$ maximal: $\boxed{LS \equiv SS}$

- Bsp (1): $\overset{m_1}{\longrightarrow}_{p_1}$ $\quad \overset{m_2}{\cdot}_{p_2 = 0}$ $\quad \xrightarrow{\text{o.B.}}$ $\boxed{T^* = \frac{p^{*2}}{2\mu} = \frac{m_2}{M} T_1}$ (3.18)

$m_1 = m_2: \longrightarrow T^* = \frac{1}{2} T_1\,!$

(2) <u>Teilchenbeschleuniger</u>:

Idee: Stoß von Elementarteilchen $\xrightarrow[E = mc^2]{\text{Zerstrahlung}}$ „Teilchenzoo"

(i) $\overset{(1)}{\bullet\!\!\longrightarrow}$ p (Proton) $\qquad \overset{(2)}{\bullet}$ p ruhend „Target"

Gesamtenergie: $T_1 + \underbrace{2m_0c^2}_{\approx 2\,\text{GeV}} \approx 7\,\text{TeV} \gg 2m_0c^2$ (geplant) ... hochrelativistisch

$\xrightarrow{\text{o.B.}} T^* = \sqrt{2m_0c^2 T_1} \approx 120\,\text{GeV} \ll 7\,\text{TeV}$!!

(ii) <u>besser</u>: <u>L</u>arge <u>H</u>adron <u>C</u>ollider (Cern, Genf)

$LS \equiv SS$: $\quad \underset{7\,\text{TeV}}{\overset{\longrightarrow}{p}} \;\; \underset{7\,\text{TeV}}{\overset{\longleftarrow}{p}} \quad \Longrightarrow T^* = 14\,\text{TeV}\,!$

d) Elastischer Zweiteilchen-Stoß

→ keine innere Anregung der Teilchen

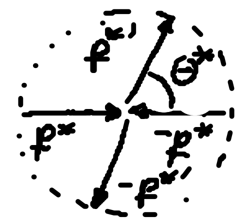
α) LS: Impulse vor Stoß: p_1, p_2

nach ": p_1', p_2'

$F_i^{(a)} = 0 \longrightarrow \boxed{\begin{array}{l} p_1 + p_2 = p_1' + p' = \underline{P} \\ T_1 + T_2 = T_1' + T_2' \end{array}}$ ... Erhalt. Gesamtimp. ... EES (9.19)

β) SS: vor Stoß: $p_1^* = -p_2^* = p^*$

nach ": $p_1^{*\prime} = -p_2^{*\prime} = p^{*\prime}$ (9.20)

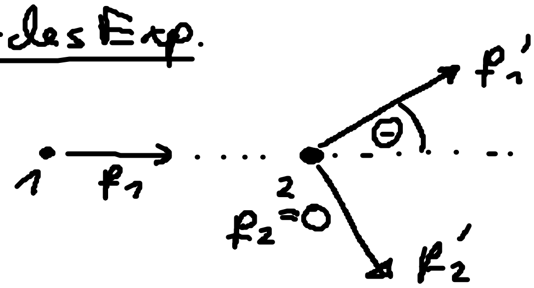


EES: $T^* = T^{*\prime} \xrightarrow[(9.16)]{} |p^*| = |p^{*\prime}|$

γ) LS ↔ SS?

(9.3) & (9.14) ⟶ $\left.\begin{array}{l} \dot{\underline{r}}_1 = \dot{\underline{R}} + \dot{\underline{r}}_1^* \\ \dot{\underline{r}}_2 = \dot{\underline{R}} - \dot{\underline{r}}_2^* \end{array}\right\} \xrightarrow[(9.20)]{} \left\{\begin{array}{ll} p_1 = \frac{m_1}{M}\underline{P} + p^* & (9.21) \\ p_2 = \frac{m_2}{M}\underline{P} - p^* & (9.22) \end{array}\right.$

• typisches Exp.

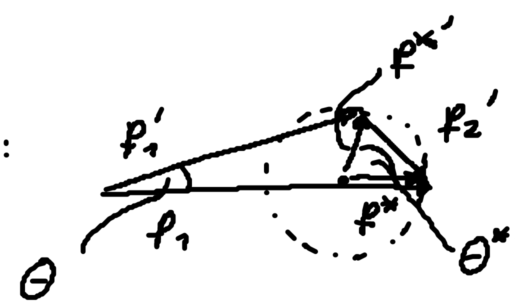


Θ ... Streuwinkel im LS

Frage Θ ↔ Θ* [Übungen]

Vektordiagramm

$m_1 > m_2$:



o.B.

$$\boxed{\tan\Theta = \frac{\sin\Theta^*}{\frac{m_1}{m_2} + \cos\Theta^*}} \quad (9.23)$$

⟶ im SS: Θ* beliebig

im LS: Θ begrenzt, je extremer $m_1 > m_2$

⟶ schlechte Winkelauflösung im LS ⟶ SS

10. Der Starre Körper

- **Def.** $\boxed{\text{Ein System von abzählbaren, sehr vielen Massepkten } m_\nu \text{, deren Abstände } |\underline{r}_{\nu\mu}| = |\underline{r}_\nu - \underline{r}_\mu| \text{ für all } \nu, \mu = \text{konst. sind}}$

$\longrightarrow$ starr = keine Deformation möglich

- Bsp: Festkörper, ändert sich wenig unter Druck, Temp.änderungen etc
- starrer Körper: idealisiertes Objekt der klass Mechanik

Bsp: instantane Kraftwirkung

$$\xrightarrow{\underline{F} \neq 0,\, t \geq 0} \boxed{\text{starrer Körper}} \xrightarrow{\underline{a} \neq 0,\, t \geq 0}$$

RT: Lichtgeschw. c = max. Signalgeschw.

$$\xrightarrow{\underline{F} = 0,\, t \geq 0} \boxed{\text{def. Körper}} \xrightarrow{\underline{a} \neq 0,\, t \geq \varepsilon}$$

- Zahl der Freiheitsgrade: $f = 3N - Z$

Zwangsbed. $|\underline{r}_\nu - \underline{r}_\mu| = \text{konst.}$

N	Z	f
1	0	3
2	1	5
3	3	6
4	6	6
5	9	6
⋮	⋮	⋮

$\longrightarrow$ $\boxed{\text{Der starre Körper hat 6 Freiheitsgrade: 3 für Translationen (Lage im Raum), 3 für Rotation (Orientierung im Raum)}}$

- weitere Einschränkung:

a) Rotationen um ortsfesten Pkt. $\longrightarrow f = 3$

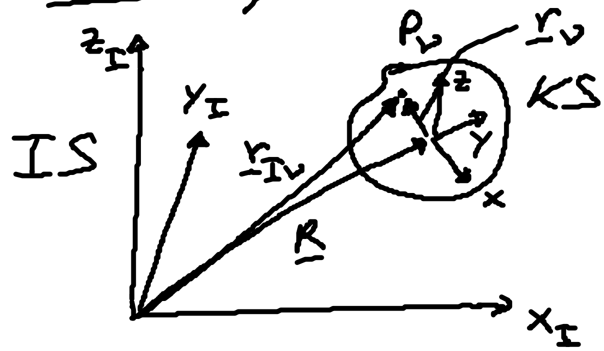
Bsp: Kreisel kardanischer Aufhängung

$\longrightarrow$ Schiffskompaß

b) Rotation um ortsfeste Achse $\longrightarrow f = 1$

10.1. Kinematik

a) Koord. systeme:



1. ortsfestes Koord. system IS: $\{x_I, y_I, z_I\} = \{x_{I1}, x_{I2}, x_{I3}\}, \{\underline{e}_{I1}, \underline{e}_{I2}, \underline{e}_{I3}\}$

2. körper " " KS: $\{x, y, z\} = \{x_1, x_2, x_3\}, \{\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3\}$

KS i.a. kein IS

- $\underline{R}$ ... „Aufpkt": Bsp: Schwerpkt, Auflagepkt, Symmetriezentrum, ...
- pkt. $P_\nu \in$ starrer Körper: $\underline{r}_{I\nu} = \underline{R} + \underline{r}_\nu$ (10.3)

b) Eulerscher Satz:

Jede Bewegung des starren Körpers läßt sich zu jedem Zeitpkt. in eine Translation des Aufpktes $\underline{R}(t)$ und eine Rotation um eine momentane Drehachse $\underline{\omega}(t)$ durch den Aufpkt: zerlegen

$$\dot{\underline{r}}_{I\nu}(t) = \dot{\underline{R}}(t) + \underline{\omega}(t) \times \underline{r}_\nu(t) \quad \forall P_\nu \quad (10.4)$$