

$$\begin{aligned} \underline{\ddot{R}} &= \underline{g} \\ \mu \underline{\ddot{r}} &= \underline{F}_{12}(\underline{r}) \end{aligned} \quad (9.8)$$

$$\begin{aligned} \underline{r}_1 &= \underline{R} + \frac{m_2}{\mu} \underline{r} \\ \underline{r}_2 &= \underline{R} - \frac{m_1}{\mu} \underline{r} \end{aligned} \quad (9.3)$$

• Gesamtimpuls:  $\underline{P} = M \underline{\dot{R}}$  (9.9)

• Relativ " " :  $\underline{p}^* = \mu \underline{\dot{r}}$  (9.10)

• Gesamt Drehimpuls:  $\underline{L} = \underline{r}_1 \times \underline{p}_1 + \underline{r}_2 \times \underline{p}_2$  (9.3)

$$\underline{L} = \underline{L}_M + \underline{L}_\mu = \underline{R} \times \underline{P} + \underline{r} \times \underline{p}^* \quad (9.11)$$

• kinet. Energie:  $T = \frac{m_1}{2} \dot{r}_1^2 + \frac{m_2}{2} \dot{r}_2^2$

$$\xrightarrow{(9.3)} T = \frac{M}{2} \dot{R}^2 + \frac{\mu}{2} \dot{r}^2 = \frac{P^2}{2M} + \frac{p^{*2}}{2\mu} \quad (9.12)$$

b) Keplerproblem: [Kap. 6]

c) Schwerpunkt-Bewegungssystem: (SS oder Center of Mass System)

• Def.  $\underline{R}^* = 0$ , Ursprung des SS im Schwerpunkt.

• Größen im SS: bezeichne mit \*

• SS ist Nicht-IS, falls  $\underline{F}_1^{(a)} + \underline{F}_2^{(a)} \neq 0$

• Ortsvektoren: (9.3)  $\underline{R} = 0 \rightarrow$

$$\begin{aligned} \underline{r}_1^* &= \frac{m_2}{\mu} \underline{r} \\ \underline{r}_2^* &= -\frac{m_1}{\mu} \underline{r} \end{aligned} \quad (9.14)$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} !$$

• Teilchenimpulse:  $M \underline{\dot{R}}^* = 0 = \underline{p}_1^* + \underline{p}_2^*$

$$\rightarrow \underline{p}_1^* = m_1 \dot{r}_1^* = -\underline{p}_2^* = \mu \dot{r} = \underline{p}^* \quad (9.15)$$

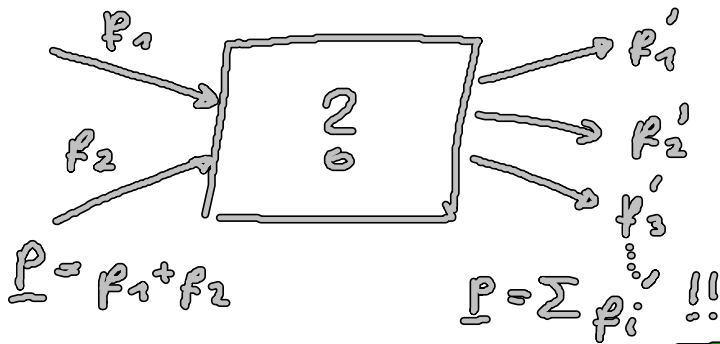
• kinet. Energie in SS:  $T^* = \frac{p^{*2}}{2m_1} + \frac{p^{*2}}{2m_2} = \frac{p^{*2}}{2\mu}$  (9.16)

• kinet. Energie im Laborsystem (LS):

(3.12) & (3.16):  $T = \frac{p^2}{2M} + T^*$  (3.17)

= konst. für  $F_1^{(a)} + F_2^{(a)} = 0!$

• Stoßexp:



nur  $T^*$  in „Produktion“, „Anregung“ von Teilchen oder Wellen

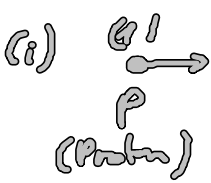
eff. kinet. Stoßprozess  $\rightarrow p=0 \rightarrow T^*$  maximal:  $LS \equiv SS$

• Bsp (1):  $m_1 \xrightarrow{p_1} \quad m_2 \xrightarrow{p_2=0} \xrightarrow{\text{o.B.}} T^* = \frac{p^{*2}}{2\mu} = \frac{m_2}{M} T_1$  (3.18)

$m_1 = m_2 \rightarrow T^* = \frac{1}{2} T_1!$

(2) Teilchen beschleuniger:

Idee: Stoß von Elementarteilchen  $\xrightarrow{\text{Zerstoß}}$  „Teilchenzoo“  
 $E = mc^2$



Gesamtenergie: geplant  
 $T_1 + 2m_0c^2 \approx 7 \text{ TeV} \gg 2m_0c^2 \approx 2 \text{ GeV}$   
 ... hochrelativistisch

o.B.  $\rightarrow T^* = \sqrt{2m_0c^2 T_1} \approx 120 \text{ GeV}$

(ii) besser: Lange Hadron Collide (Cern, Gnf)  $\ll 7 \text{ TeV}!!$

LS = SS:  $\xrightarrow{p} \xleftarrow{p} \Rightarrow T^* = 14 \text{ TeV}!$   
 $7 \text{ TeV} \quad 7 \text{ TeV}$

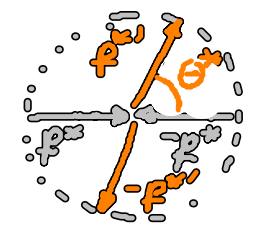
d) Elastischer Zweiteilchen-Stoß

→ keine inneren Abmessungen der Teilchen

a) LS: Impulse vor Stoß:  $p_1, p_2$   
 nach  $t$ :  $p_1', p_2'$

$F_i^{ext} = 0 \rightarrow$   $p_1 + p_2 = p_1' + p_2' = \underline{p}$  ... Erhalt. Gesamtimp.  
 (3.13)  $T_1 + T_2 = T_1' + T_2'$  ... EES

b) SS: vor Stoß:  $p_1^* = -p_2^* = p^*$   
 nach  $t$ :  $p_1^{*'} = -p_2^{*'} = p^{*'}$  } (3.20)  
 EES:  $T^* = T^{*'}$  (3.16)  $|p^*| = |p^{*'}$

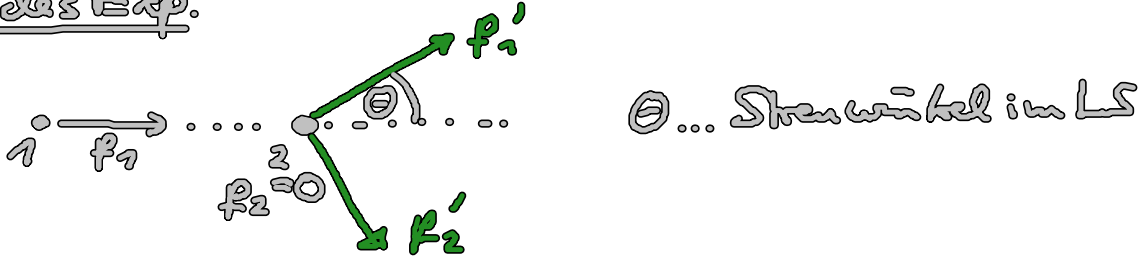


g) LS ↔ SS?

(3.3) & (3.14) →

$$\left. \begin{aligned} \dot{r}_1 &= \dot{R} + \dot{r}_1^* \\ \dot{r}_2 &= \dot{R} - \dot{r}_2^* \end{aligned} \right\} (3.20) \rightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{m_1}{M} p + p^* & (3.21) \\ p_2 = \frac{m_2}{M} p - p^* & (3.22) \end{cases}$$

• typisches Exp.

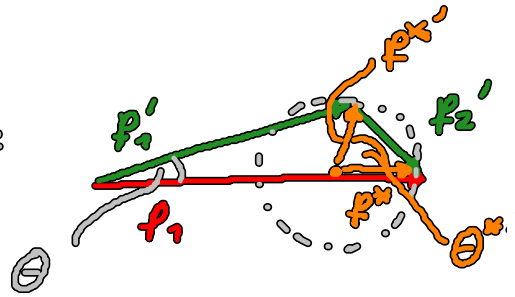


$\Theta$  ... Streuwinkel im LS

Frage  $\Theta \leftrightarrow \Theta^*$  [Übungen]

Vektordiagramm

$m_1 > m_2$ :



e.B.

$$\tan \Theta = \frac{\sin \Theta^*}{\frac{m_1}{m_2} + \cos \Theta^*} \quad (3.23)$$

→ im SS:  $\Theta^*$  beliebig  
 im LS:  $\Theta$  begrenzt, je extremer  $m_1 > m_2$   
 → schlechte Winkelauflösung im LS → SS

# 10. Der Starre Körper

Def. Ein System von abzählbaren, sich nicht verformenden Massenpunkten  $m_\nu$ , deren Abstände  $|r_\nu - r_\mu| = |r_\nu - r_\mu|$  für alle  $\nu, \mu = \text{konst.}$  sind

→ Starr = keine Deformationen möglich

• Bsp.: Festkörper, ändert sich wegen Druck, Temp.änderungen etc

• starrer Körper: idealisiertes Objekt der klass. Mechanik

Bsp: instantane Kraftwirkung



RT: Lichtgeschw.  $c = \text{max. Signalgeschw.}$



• Zahl der Freiheitsgrade:  $f = 3N - Z$

↗  
Zwangsgbed  
 $|r_\nu - r_\mu| = \text{konst.}$

N	Z	f
1	0	3
2	1	5
3	3	6
4	6	6
5	9	6
⋮	⋮	⋮

→ Der starr Körper hat 6 Freiheitsgrade: 3 für Translation (Lage im Raum)  
3 für Rotation (Orientierung im Raum)

• weitere Einschränkung:

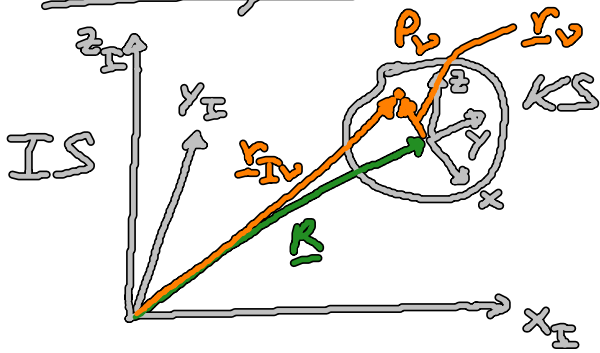
a) Rotation um ortsfeste Pkt. →  $f = 3$

Bsp: Kreiselhardenscher Aufhängung  
→ Schiffskörper

b) Rotation um ortsfeste Achse →  $f = 1$

## 10.1. Kinematik

a) Koord. systeme:



1. ortz festes Koord. system IS:  $\{x_I, y_I, z_I\} = \{x_{I1}, x_{I2}, x_{I3}\}, \{e_{I1}, e_{I2}, e_{I3}\}$

2. Körper " " " KS:  $\{x, y, z\} = \{x_1, x_2, x_3\}, \{e_1, e_2, e_3\}$

KS i.a. kein IS

- $\underline{R}$  ... „Aufpht“: Bsp: Schwerpunkt, Auflagepht, Symmetriezentrum, ...
- pht.  $P_v \in$  starrer Körper:  $\underline{r}_{Iv} = \underline{R} + \underline{r}_v$  (10.3)

b) Eulerscher Satz:

jede Bewegung <sup>zerlegen</sup> des starren Körpers läßt sich zu jedem Zeitpht. in eine Trans (über des Aufphtes  $\underline{R}(t)$ ) und eine Rotation um eine momentane Drehachse  $\underline{\omega}(t)$  durch den Aufpht:

$$\dot{\underline{r}}_{Iv}(t) = \dot{\underline{R}}(t) + \underline{\omega}(t) \times \underline{r}_v(t) \quad \forall P_v \quad (10.4)$$