

Regime kleiner Reynoldszahlen ( $Re \ll 1$ ):


$$0 = -\nabla p + \eta \nabla^2 \underline{v} + \rho \underline{b}$$

(Stokes Glm.)

kinematische Reversibilität:

$$\begin{aligned} \underline{v}(-t) & \text{ (sg.), falls } \nabla p \rightarrow -\nabla p \\ \underline{b}(+t) & \rightarrow -\underline{b}(+t) \end{aligned}$$

## 5.2 Sedimentation



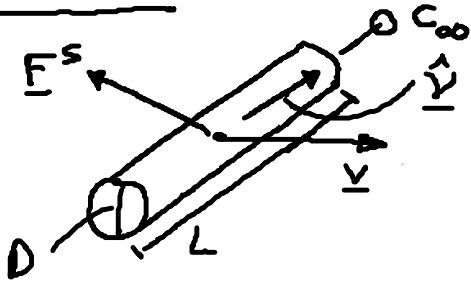
$Re \sim N^P \sim m^P$

## Biologische Anwendungen

### 5.3.1 Fortbewegung / Transport ( $Re < 1$ )

- Organismus in  $H_2O$ : Fortbewegung  $\leftrightarrow$  periodische, nicht reziproke Gestaltsänderung
- reziproke Paddelbewegung  $\leftrightarrow$  keine Fortbewegung

• Einschub: Stokes'sche Reibung eines Zylinders



$\frac{L}{D}$  .. Aspektverhältnis

i.a.:  $F^s \parallel v$  :

$$F_i^s = \gamma_{ij} v_j \quad (5.24)$$

$\gamma_{ij}$  .. Reibungstensor

hier: invariant unter  $c_\infty$  & Spiegelungen

$$(\gamma_{ij} = R_{ii} R_{jj} \gamma_{ij})$$

$$R \in c_\infty$$

$$\Rightarrow \gamma_{ij} = \gamma_{||} \hat{v}_i \hat{v}_j + \gamma_{\perp} (\delta_{ij} - \hat{v}_i \hat{v}_j)$$

$$\hat{=} \begin{pmatrix} \gamma_{\perp} & & 0 \\ & \gamma_{\perp} & \\ 0 & & \gamma_{||} \end{pmatrix}$$

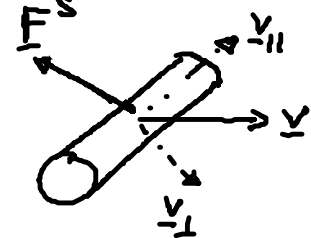
$F^s, v \parallel \hat{v}$

$F^s, v \perp \hat{v}$

Bsp:

$$\frac{\gamma_{||}}{\gamma_{\perp}} = \begin{cases} \frac{2}{3} & \text{für } \frac{L}{D} \approx 20 \\ \frac{1}{2} & \text{für } \frac{L}{D} \rightarrow \infty \end{cases}$$

$$\gamma_{\perp} > \gamma_{||}$$



• Bewegungsformen:

(1) flexible Wimpern / Zilien: (mit Filament & Motoren)  
 $L = 5-10 \mu\text{m}$ ,  $D \approx 200 \text{nm}$

↙  
 Fortbewegung von Zellen

↘  
 fest verankert:  
 Transport von Flüssigkeit

(2) Bakteriellcs Flagellum  $\hat{=}$  starrer, helikaler "Stab" ( $\hat{=}$  Propeller für  $Re < 1$ )



Rotation  $\rightarrow$  Translation: Erklärung Fig. 5.10

abstrakt:  $\underline{F}^s \leftrightarrow \underline{\omega}$ ?

lin. Bez:  $\underline{F}_s = \underline{\mu} \underline{v} + \underline{C} \underline{\omega}$  (5.25)

$\rightarrow$  Transformationsverhalten unter Inversion (Punktspiegelung) ( $R_{ij} = -\delta_{ij}$ )

polare Vektoren:  $\underline{F}_s, \underline{v} \rightarrow -\underline{F}_s, -\underline{v}$

$\rightarrow$  Tensoren (2. Stufe):  $\underline{\mu} \rightarrow \underline{\mu}$  (5.26)

axialer Vektor:  $\underline{\omega} \rightarrow \underline{\omega} \Rightarrow \underline{C} \rightarrow -\underline{C}$   
Pseudotensor

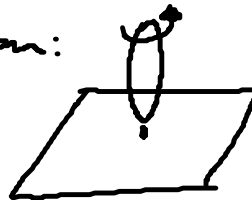
Bsp:  $\underline{C} = C \underline{1}$

$C \dots$  Pseudoskalar:  $C = \pm 1$   
 für Rechts/Linhschraube  
 eines chiralen Objekts

Historie: Berg/Anderson (1973): erste Erklärung  
 ( $\rightarrow$  erster Rotationsmotor)

Bestätigung:  $d(\text{Flagellum}) \approx 20 \text{ nm} \rightarrow$  Beobachtung?

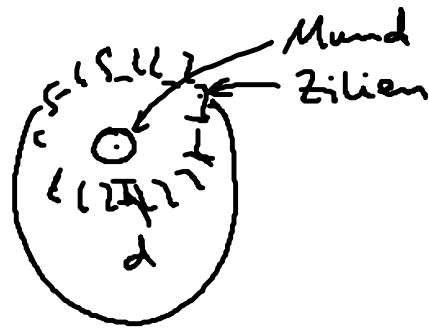
Silvermann/Simon:



$\Rightarrow$  Rotationsmotor: Juwel der Nanotechnologie

# Beispiele

(1) Bewegung  $\leftrightarrow$  Ruhe  
(für Nahrungsmittel-  
aufnahme)



Ur tierchen

Zeitskalen: Bewegung:  $\frac{d}{v}$   
Diffusion:  $\frac{d^2}{D}$  }  $\Rightarrow$   $\boxed{Pe = \frac{vd}{D} = \frac{d^2/D}{d/v}}$

Peclet-Zahl

$Pe \gg 1$  ... Diffusion ist vernachlässigbar

Bewegung für:  $\frac{d}{v} < \frac{d^2}{D} \rightarrow v > \frac{D}{d}$  (5.28)

Bsp:  $d = 1 \mu\text{m}$ ,  $D \approx 1 \frac{\mu\text{m}^2}{\text{s}}$   $\rightarrow v_0 \approx 1000 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$

$v(\text{Zilie})$   
 $v(\text{Bakt})$  }  $< v_0$  !!