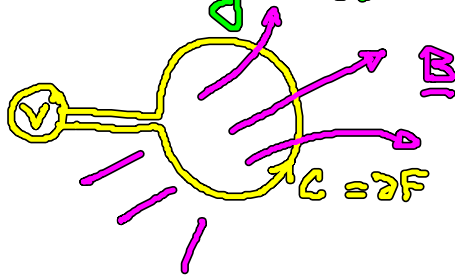


Faraday'sches Induktionsgesetz:

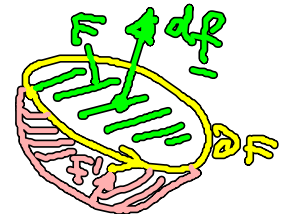
$$\oint_C \underline{E} \cdot d\underline{s} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_F \underline{B} \cdot d\underline{f}$$



\underline{B} magnet. Induktion
= magnet. Flussdichte

Φ hängt nur vom Rand ∂F von F ab:

$$0 = \int_F d\underline{f} \cdot \underline{B} - \int_{F'} d\underline{f} \cdot \underline{B} = \oint_{\partial V} d\underline{f} \cdot \underline{B} = \int_V d\underline{r}^3 \operatorname{div} \underline{B} \stackrel{\text{Gauß}}{=} \int_V \underbrace{\operatorname{div} \underline{B}}_0$$



Potenzialdifferenz bei 1 Umlauf um ∂F :

$$\Delta \phi = U_{\text{ind}} = - \oint_C \underline{E} \cdot d\underline{s}$$

$\Delta \phi$ induzierte Spannung
 $\Delta V = \underline{F} \cup \underline{F}'$

Stokes

$$\oint_{\partial F} \underline{E} \cdot d\underline{s} = \int_F \operatorname{rot} \underline{E} \cdot d\underline{f} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_F \underline{B} \cdot d\underline{f}$$

Im Ruhesystem des Leiters (F fest) gilt:

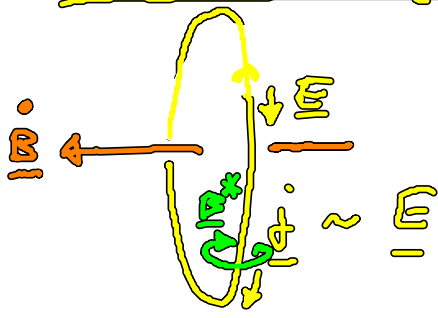
$$\int_F d\underline{f} (\operatorname{rot} \underline{E} + \frac{\partial}{\partial t} \underline{B}) = 0 \quad \text{für bel. } F$$

$$\Rightarrow \operatorname{rot} \underline{E} = - \frac{\partial}{\partial t} \underline{B}$$

differenzielle Form des Induktionsgesetzes

für nichtstationäre Vorgänge ist \underline{E} ein Wirbelfeld!

Lenz'sche Regel:



$$\begin{aligned} \dot{\underline{B}} &\Rightarrow \underline{E} \text{ induziert (rot } \underline{E} = -\dot{\underline{B}}) \\ \underline{E} &\Rightarrow \text{ Ladungsbeweg.} \Rightarrow \underline{j} \sim \underline{E} \\ \underline{j} &\Rightarrow \underline{B}^* \text{ erzeugt (} \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \underline{B}^* = \underline{j} \text{)} \end{aligned}$$

Also \underline{B}^* ist $\dot{\underline{B}}$ entgegengerichtet!

3.2 Maxwell-Gleichungen

Bisher: $\epsilon_0 \text{div } \underline{E} = \rho$ (Gauss/Coulomb) El. statik

$$\text{div } \underline{B} = 0$$

$$\text{rot } \underline{E} = -\dot{\underline{B}} \text{ (Faraday)}$$

$$\text{rot } \underline{B} = \mu_0 \underline{j} \text{ (Ampère) Magnetostatik}$$

Maxwell's Ergänzung des Ampère'schen Durchflutungsgesetzes für nichtstationäre Vorgänge:

$$\text{Aus } \mu_0 \text{div } \underline{j} = \text{div rot } \underline{B} = \nabla \cdot (\nabla \times \underline{B}) \equiv 0$$

folgt ein Widerspruch zur Kontinuitätsgl.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{j} = 0$$

$$\underline{\text{Ansatz:}} \text{ rot } \underline{B} = \mu_0 (\underline{j} + \underline{j}_0)$$

$$\text{mit } \text{div } \underline{j}_0 = \frac{1}{\mu_0} \underbrace{\text{div rot } \underline{B}}_0 - \text{div } \underline{j} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \stackrel{\text{Gauss}}{=} \epsilon_0 \text{div } \dot{\underline{E}}$$

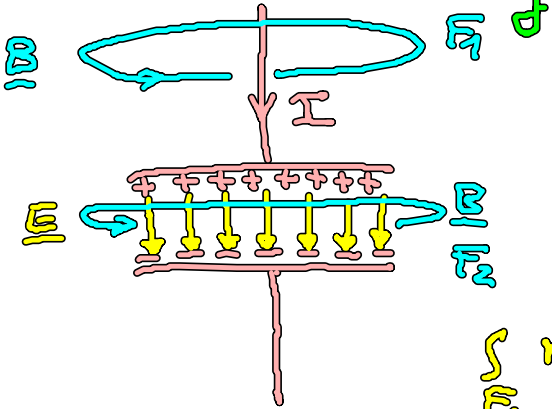
Setze also

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot } \underline{B} = \underline{j} + \epsilon_0 \dot{\underline{E}}$$

↓
Leitungs-
stromdichte
(Konvektion)

↓
Maxwell'sche
Verschiebungs-
stromdichte

Versanschaulichung der Verschiebungsstromdichte:



Aufladen eines Plattenkondensators
(nichtstationär)

$$\int_{F_1} \text{rot } \underline{B} \cdot d\underline{f} = \mu_0 \int_{F_1} \underline{j} \cdot d\underline{f} \quad (\text{außerhalb des Platten})$$

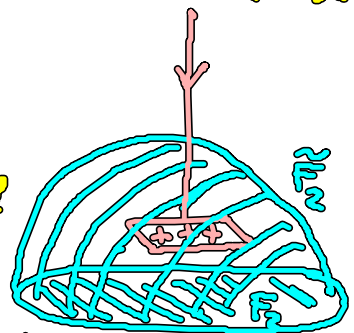
$$\oint_{\partial F_1} \underline{E} \cdot d\underline{s} = 2\pi r B \quad \underline{j} = I$$

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi r} I$$

Ohne Verschiebungsstrom würde sich B beim Übergang von F_1 nach F_2 abrupt auf Null ändern!

Mit Verschiebungsstrom:

$$\int_{F_2} \text{rot } \underline{B} \cdot d\underline{f} = \mu_0 \epsilon_0 \int_{F_2} \dot{\underline{E}} \cdot d\underline{f} = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_0 \int_{F_2} \underline{E} \cdot d\underline{f}$$



Wegen Ladungserhalt. $\frac{\partial Q}{\partial t} = I$ ändert sich Q (geschl. F_2)
B dann stetig:

$$2\pi \cdot B = \mu_0 \frac{\partial Q}{\partial t} = \mu_0 I$$

Vollständige Maxwell-Gleichungen im Vakuum:

Mit den neuen Feldgrößen

$\underline{D}(\underline{r}, t) := \epsilon_0 \underline{E}(\underline{r}, t)$ „dielektrische Verschiebung“

$\underline{H}(\underline{r}, t) := \frac{1}{\mu_0} \underline{B}(\underline{r}, t)$ „Magnetfeld“

ergibt sich die differenzielle Form:

$$\begin{array}{l} \text{rot } \underline{E} + \dot{\underline{B}} = 0 \\ \text{div } \underline{B} = 0 \\ \text{div } \underline{D} = \rho \\ \text{rot } \underline{H} - \dot{\underline{D}} = \underline{j} \end{array}$$

} homog. Maxwell-Gln.
WV einer Probeladung mit geg. Feldern $\underline{E}, \underline{B}$

} inhomog. Maxwell-Gln.:
Erzeugung der Felder $\underline{D}, \underline{H}$ durch geg. Ladungen u. Ströme

Integralform:

$$\begin{array}{l} \oint_{\partial F} \underline{E} \cdot d\underline{s} = - \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\int_F \underline{B} \cdot d\underline{f}}_{\underline{\Phi}} \\ \oint_{\partial V} \underline{B} \cdot d\underline{f} = 0 \\ \oint_{\partial V} \underline{D} \cdot d\underline{f} = Q \quad \text{[Diagramm: geschlossene Fläche mit Ladung Q]} \\ \oint_{\partial F} \underline{H} \cdot d\underline{s} = \underbrace{\int_F \dot{\underline{D}} \cdot d\underline{f}}_{\text{[Diagramm: geschlossene Linie mit Strom I]}} + I \end{array}$$



Zirkulation des el. Feldes entlang einer geschloss. Linie = zeitl. Abnahme des eingeschloss. magn. Flusses $\underline{\Phi}$

Fluss der magn. Induktion durch geschloss. Fläche $(\partial V) = 0$

Fluss des el. Feldes durch ∂V = eingeschloss. Ladung Q / ϵ_0

Zirkulation des magnet. Feldes entlang einer geschloss. Linie = (diel. Verschieb. Strom + Konvektionsstrom I)