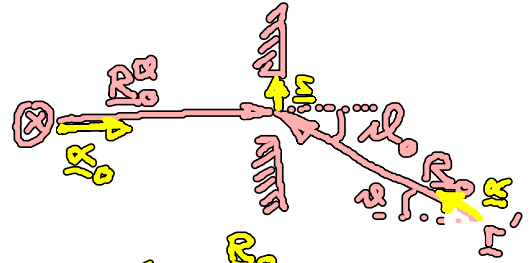


Fraunhofer'sche Beugung (Fernzone: $\lambda \ll d \ll R$)

$$\phi(\vec{r}') \approx C \int_B d^2s e^{ik(\alpha + \alpha_0)z}$$



Beispiel: Beugung am Spalt
(1-dim.)

Senkrechter Einfall: $\alpha_0 = 0$

$$\phi(\vec{r}') = C \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} ds_1 e^{ik\alpha s_1}$$

$$= \frac{C}{ik\alpha} (e^{ik\alpha \frac{d}{2}} - e^{-ik\alpha \frac{d}{2}})$$

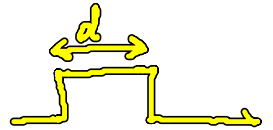
$$\alpha \cdot z = s_1 \sin \theta_0$$

$$\alpha = \sin \theta_0$$

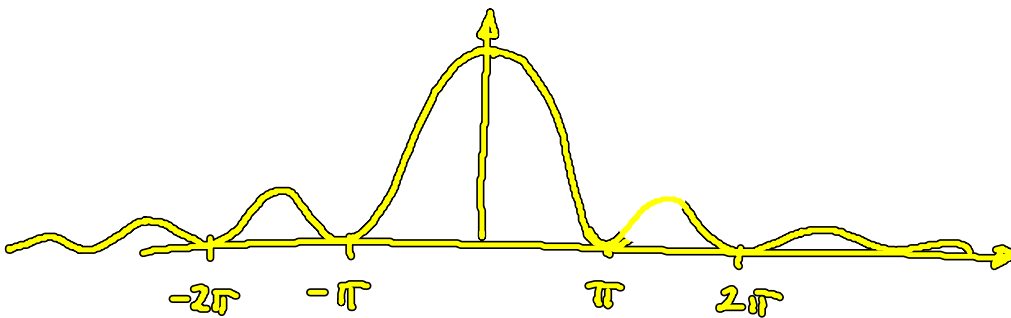
$$\phi(\vec{r}') = Cd \frac{\sin(k\alpha \frac{d}{2})}{k\alpha \frac{d}{2}}$$

"Spaltfkt."

Fourier-Transform von



$$|\phi|^2 \sim I \text{ (Intensität)}$$



$$k\alpha \frac{d}{2} = k \frac{d}{2} \cdot \sin \theta_0$$

(Beob.richtung)

Beugungsminima bei $\sin \theta_0 = n \frac{\lambda}{d}$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{2} \cdot \sin \theta_0 = n\pi$$

5. Materie in el. u. magn. Feldern

5.1 Polarisation

Materie enthält mikroskop. el. geladene Bausteine (Elektronen, Kerne, Ionen, etc.):

(i) freie Ladungsträger (El. in Metallen, El.+Löcher in Halbleitern)

→ Beschleunigung in äußeren Feldern $\underline{E}, \underline{B}$:

$$\underline{F} = q(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) \rightarrow \text{el. Ströme}$$

→ Materialeigenschaft durch Leitfähigkeit σ

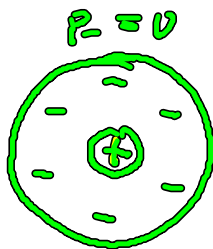
(ii) gebundene Ladungen (in Isolatoren)

→ Polarisierung in \underline{E} -Feld

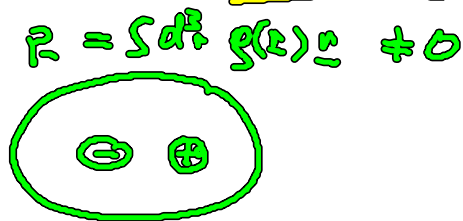
(a) Für $\underline{E} = 0$ vorhandene mikroskop. el. Dipole \underline{p} werden zur Minimierung der pot. Energie $W_{el} = - \underline{p} \cdot \underline{E}$ vorzugsweise (gegen die zufällige therm. Bewegung) $\uparrow \uparrow \underline{E}$ orientiert



(b) Nicht-polare Atome oder Moleküle werden durch \underline{E} polarisiert \Rightarrow induzierte el. Dipole $\parallel \underline{E}$

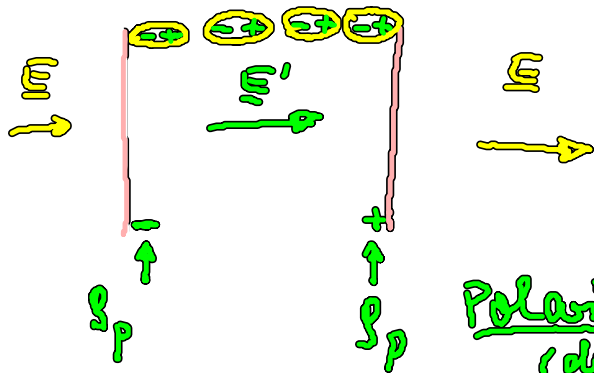


$$\underline{E} = 0$$



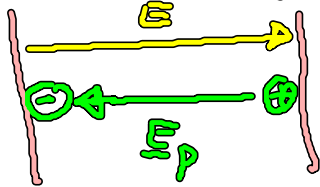
$$\underline{E} \neq 0$$

makroskop. räumliche Mittelung



Polarisationsladungsdichte
(der gebundenen Ladungen)

⇒ Gegenfeld \underline{E}_p gemäß $\epsilon_0 \nabla \cdot \underline{E}_p = \rho_p$



Result. Gesamtfeld

$$\underline{E}' = \underline{E} + \underline{E}_p$$

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \underline{E}' = \epsilon_0 \nabla \cdot \underline{E} + \rho_p$$

ρ (freie Ladungsdichte)

$$\boxed{\epsilon_0 \nabla \cdot \underline{E}' = \rho + \rho_p}$$

Polarisation $\underline{P}(\underline{r}, t) := -\epsilon_0 \underline{E}_p(\underline{r}, t)$

makroskop. lokales Feld,
dessen Quellen
Polaris. Lad. sind

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \nabla \cdot (\epsilon_0 \underline{E}' + \underline{P}) &= \rho \\ \nabla \cdot \underline{P} &= -\rho_p \end{aligned}$$

Dielectric Verschiebung

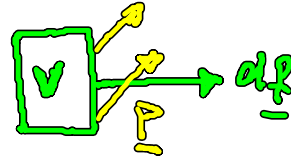
$$\underline{D}(\underline{r}, t) := \epsilon_0 \underline{E}' + \underline{P}$$

eff. Feldgröße,
die als Quellen
nur die freien
Ladungen hat

$$\boxed{\nabla \cdot \underline{D} = \rho}$$

$\underline{P} \cdot d\underline{\ell} = dQ_p$ ist Polarisationsladung, die durch $d\underline{\ell}$

beim Übergang vom unpolarierten zum polarisierten Zustand verschoben wird



$$\oint_{\partial V} \underline{P} \cdot d\underline{\ell} \stackrel{\text{Gauß}}{=} \int_V d^3r \nabla \cdot \underline{P} = - \int_V d^3r \rho_p$$

Zusammenhang mit den mikroskop. el. Dipolen

$$\rho_m(\underline{r}, t) = \sum_i q_i \delta(\underline{r} - \underline{r}_i(t)) \quad \text{mikroskop. Ladungsdichte}$$

$$\underline{P}_m(\underline{r}, t) = \sum_i \underline{p}_i(t) \delta(\underline{r} - \underline{r}_i) \quad \text{mikroskop. el. Dipoldichte}$$

$$\int \underline{P}_m d^3r = \sum_i \underline{p}_i$$

Mittelung über kleine makroskop. Vol. ΔV :

$(\Delta V)^{1/3} \ll$ Längenskala der makrosk. Dielektr.

$$\rho(\underline{r}, t) = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} d^3s \rho_m(\underline{r} + \underline{s}, t)$$

makroskop. Ladungsdichte ρ

$$\underline{P}(\underline{r}, t) = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} d^3s \underline{P}_m(\underline{r} + \underline{s}, t)$$

Polarisation \equiv makroskop. Dipoldichte
(gemitteltes el. Dipolmoment pro Volumen)

Beweis von (*)

mikroskop. retardierter Pot.:

$$\phi_m(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r' \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \rho_m(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c})$$

makroskop. gemittelter \mathbb{R}^3 Pot.:

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\Delta V} \int d^3s \phi_m(\mathbf{r}+\mathbf{s}, t)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\Delta V} \int d^3s \int_{\mathbb{R}^3} d^3r' \frac{\rho_m(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r}+\mathbf{s}-\mathbf{r}'|}{c})}{|\mathbf{r}+\mathbf{s}-\mathbf{r}'|}$$

Subst. $\mathbf{r}'' = \mathbf{r} + \mathbf{s}$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\Delta V} \int d^3s \int_{\mathbb{R}^3} d^3r'' \frac{\rho_m(\mathbf{r}''+\mathbf{s}, t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}''|}{c})}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}''|}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\mathbb{R}^3} d^3r'' \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}''|} \underbrace{\frac{1}{\Delta V} \int d^3s \rho_m(\mathbf{r}''+\mathbf{s}, t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}''|}{c})}_{\rho(\mathbf{r}'', t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}''|}{c})}$$

makroskop. gemittelter Ladungsdichte