5.4 Solitonen

$$\nabla \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}}\,, \quad \nabla \times \vec{H} = \dot{\vec{D}}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla \nabla \cdot \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\mu_0 \nabla \times \dot{\vec{H}} = -\mu_0 \ddot{\vec{D}}$$

$\nabla \cdot \vec{D} = 0$ und $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, $\vec{P}^{NL} = \varepsilon_0 \underline{\chi}^{(2)} : \vec{E}\vec{E} + \varepsilon_0 \underline{\chi}^{(3)} \vdots \vec{E}\vec{E}\vec{E}$

$= \varepsilon_0 \varepsilon_2 |\vec{E}^2| \vec{E}$

bei homogenen isotropen Medien

$$\nabla \cdot \vec{D} = \varepsilon_0 \int_0^\infty \varepsilon_1(t') \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}, t - t')\, dt' + \nabla \cdot \vec{P}^{NL} = 0$$

weil $\vec{P}^{NL}$ von dritter Ordnung in $\vec{E}$ ist, ist $\varepsilon_2 \ll 1$ und in der Feldgleichung kann wegen $\nabla \cdot P^{NL} \approx 0$ auch $\nabla \cdot \vec{E} \approx 0$ gesetzt werden. Dann folgt

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^\infty \varepsilon_1(t') \vec{E}(\vec{r}, t - t')\, dt' = \frac{\varepsilon_2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} |\vec{E}|^2 \vec{E}$$