

5.4 Solitonen

$$\nabla \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}}, \quad \nabla \times \vec{H} = \dot{\vec{D}}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla \nabla \cdot \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\mu_0 \nabla \times \dot{\vec{H}} = -\mu_0 \ddot{\vec{D}}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad \text{und} \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad , \quad \vec{P}^{NL} = \epsilon_0 \chi^{(2)} : \vec{E} \vec{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} : \vec{E} \vec{E} \vec{E}$$
$$= \epsilon_0 \epsilon_2 |\vec{E}|^2 \vec{E}$$

bei homogenen isotropen Medien

$$\nabla \cdot \vec{D} = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon_1(t') \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}, t-t') dt' + \nabla \cdot \vec{P}^{NL} = 0$$

weil \vec{P}^{NL} von dritter Ordnung in \vec{E} ist, ist $\epsilon_2 \ll 1$ und in der Feldgleichung kann wegen $\nabla \cdot \vec{P}^{NL} \approx 0$ auch $\nabla \cdot \vec{E} \approx 0$ gesetzt werden. Dann folgt

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon_1(t') \vec{E}(\vec{r}, t-t') dt' = \frac{\epsilon_2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} |\vec{E}|^2 \vec{E}$$