

# 6.6. Detaillierte Bilanz fern vom Gleichgewicht

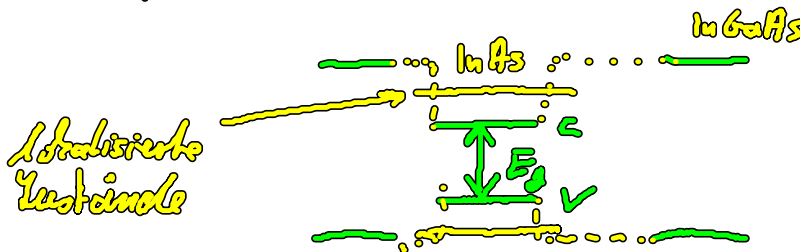
Bsp. Quantenpunkt-Laser, Elektron-Elektron-Struktoren

## 6.6.1. Quantenpunkt

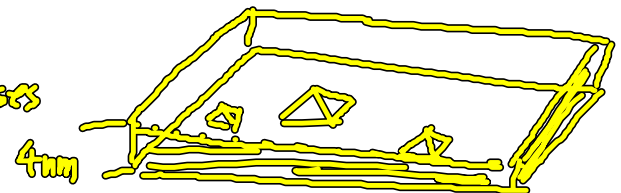
- 0 dim. Struktur bei der Elektronen in allen 3 Raumrichtungen „eingesperrt“ sind  
Größe  $20\text{nm} \times 20\text{nm} \times 4\text{nm}$



- Potenzialbarriere wird erreicht durch Halbleiter Heterostruktur aus Materialien versch. Bandlücken



- Ausbildung eines Quantentopfes innerhalb eines 2 dim Elektronengases der umgebenden Schicht



- Idee Quantenpunkte als aktives Material eines HL Laser

Vorteile: • lokalisierte Zustände  $\rightarrow$  stabile Wellenfänge

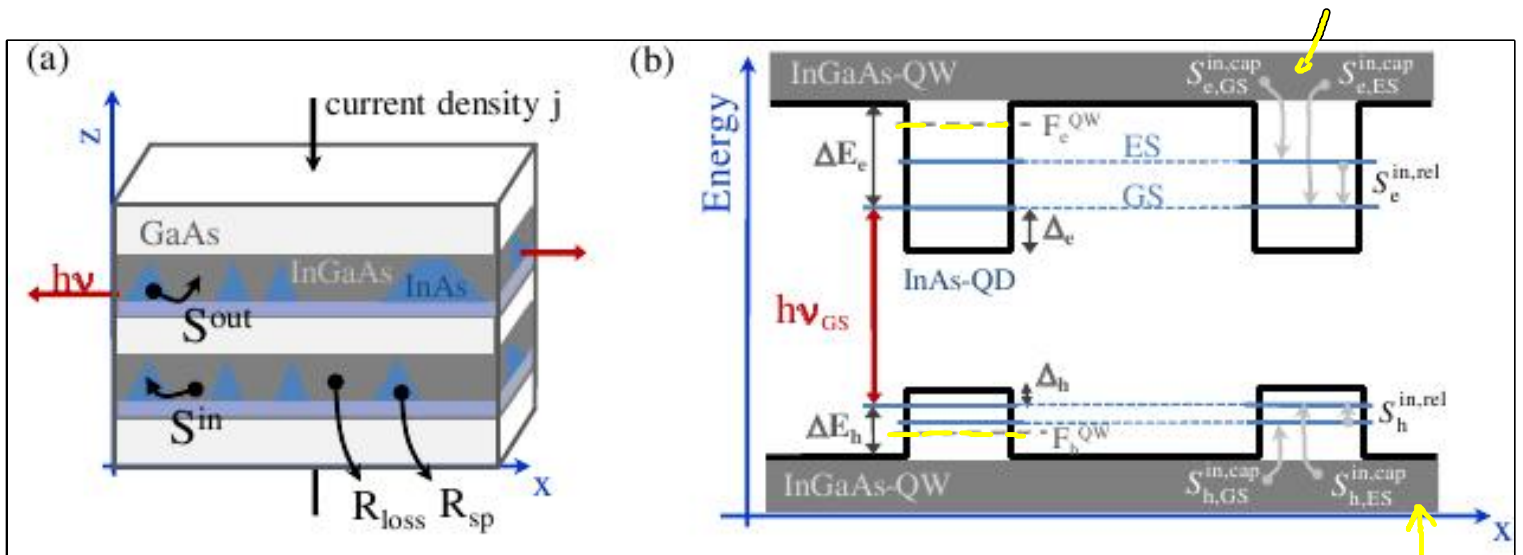
• Wellenlänge nicht durch Bandlücke des Materials sondern Größe des Quantenpunktes gegeben

• Experimentelle Ergebnisse  
z.B. Ab-Bimberg

- QD Laser sind „relativ langsam“ bei Schaltvorgängen

- zeigen breites Gewinnpektrum durch statistisch verteilten Größen der Quantenpunkte

### 6.6.2. Quasi Fermi Niveaus im Ladungsträgerreservoir des QD Lasers



Elektronendichte  $n_e$

QD-Laser

$$F_e^{QW} = E_{F_n}$$

$$F_h^{QW} \cong E_{F_p}$$

Lochdichte  $n_h$

Quasi-Fermi-Verteilung im Ladungsträger Reservoir (QW)

$$f_k = \frac{1}{e^{\frac{E_k - E_{F_n}}{kT}} + 1}$$

Besetzungswahrsch. für Elektronen

Elektronendichte im 2dim. QW

$$w_e = \int_{E_c^{QW}}^{\infty} D(E_k) f(E_k) dE_k = g_c \int_{E_c^{QW}}^{\infty} dE_k f_k$$

$$= g_c kT \ln \left[ 1 + e^{\frac{E_{Fn} - E_c^{QW}}{kT}} \right] \quad (1)$$

2D-Zustandsdichte

$$g_{2D} = \frac{m_0^2 k}{\pi \hbar^2}$$

Lochdichte im QW-Valenzband

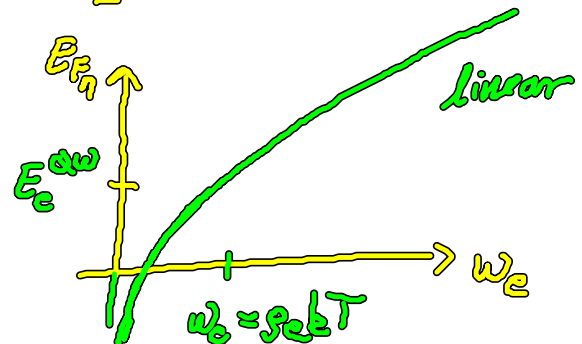
$$w_h = g_h \int_{-\infty}^{E_h^{QW}} dE_k (1 - f_k)$$

$$= g_h kT \ln \left[ 1 + e^{\frac{E_h^{QW} - E_{Fp}}{kT}} \right] \quad (2)$$

→ Quasi Fermi Niveaus  $E_{Fn}$ ,  $E_{Fp}$  können durch die Dichten  $w_e$ ,  $w_h$  ausgedrückt werden

$$E_{Fn}(w_e) = E_c^{QW} + kT \ln \left[ e^{\frac{w_e}{g_c kT}} - 1 \right]$$

$$E_{Fp}(w_h) = E_h^{QW} - kT \ln \left[ e^{\frac{w_h}{g_h kT}} - 1 \right]$$



← | →  
 nicht-entarteter Fall (i)  $n_c >$  Entartungs-konzentration

(i) nichtentarteter Fall  $E_{F_n} < E_c^{QW}$   $|E_{F_n} - E_c^{QW}| \gg kT$

$\ln[1 + e] \approx e$

(i')  $w_c \approx g_c kT e^{\frac{E_{F_n} - E_c^{QW}}{kT}} \ll g_c kT$  (wie 3D:  $n \approx N_c e^{\frac{E_{F_n} - E_c}{kT}}$ )

(i'')  $w_h \approx g_h kT e^{\frac{E_h^{QW} - E_{F_p}}{kT}} \ll g_h kT$

$\Rightarrow E_{F_n} \approx E_c^{QW} + kT \ln \frac{w_c}{g_c kT}$

$E_{F_p} \approx E_h^{QW} - kT \ln \frac{w_h}{g_h kT}$

(ii) entarteter Fall ( $E_{F_n} > E_c^{QW}$   $\frac{w_c}{g_c kT} \gg 1$ )

$\ln(1 + e^2) \approx 2$

(ii')  $w_c \approx g_c kT \frac{E_{F_n} - E_c^{QW}}{kT} = g_c (E_{F_n} - E_c^{QW})$

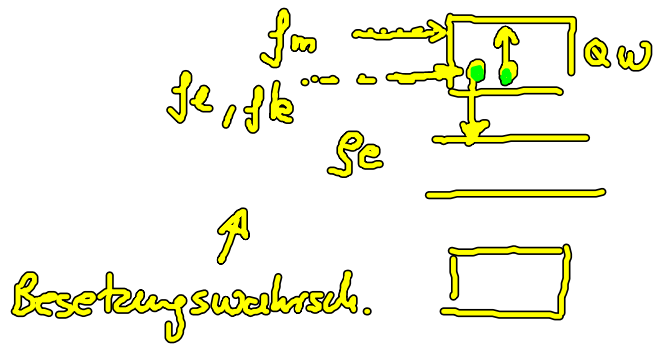
(ii'')  $w_h \approx g_h (E_h^{QW} - E_{F_p})$

(vgl. 3D:  
 $n \approx N_c(T) \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left( \frac{E_{F_n} - E_c}{kT} \right)^{3/2}$   
 anderes Potenzgesetz)

6.6.3. Streuprozesse in lokalisierte QD Zustände

• im QW gibts Coulomb WW zwischen Ladungsträgern

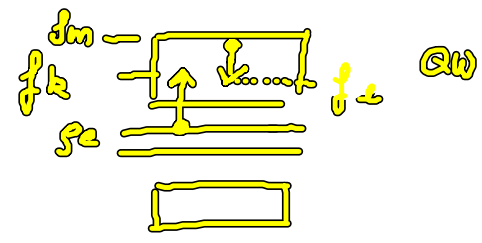
→ Streuprozesse ohne Teilchenzahlerhaltung  
z.B. Ruyer Streuung



mikroskop. Ruyerraten

$$S_e^{in} = \sum_{klm} W_{klm}^{in} f_k f_l (1 - f_m) \quad S_e^{in} \downarrow$$

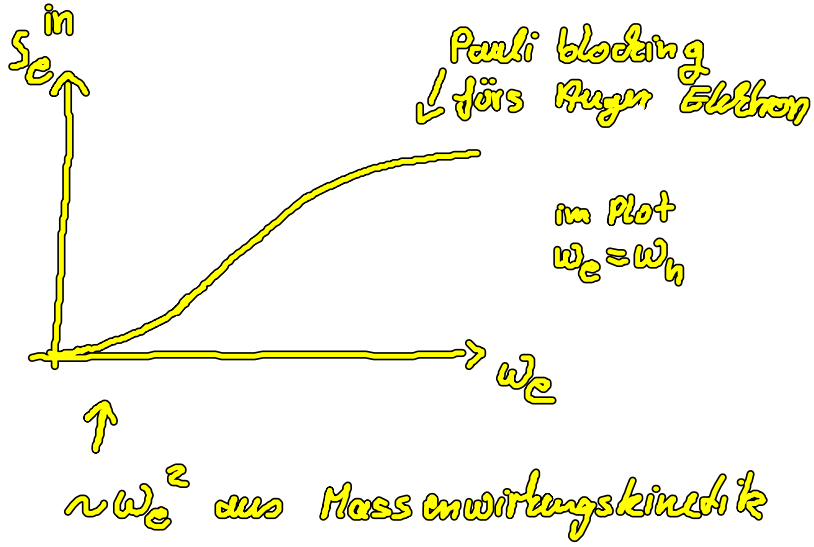
$$S_e^{out} = \sum_{klm} W_{klm}^{out} (1 - f_k) (1 - f_l) f_m$$



$$W_{klm}^{in/out} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{klm}|^2 \mathcal{D}(E_k + E_l - E_m - E_e^{QP})$$

↑  
abgeschirmtes  
Coulomb-Matrixelement

Energieerhaltung



$$S_e^{\text{in}}(w_e, w_n)$$

↑  
geben Quasi Fermi  
Niveaus vor  
→ Besetzung

### 6.6.4 Detailliertes Gleichgewicht

Prozess  $k \rightarrow QD$ ,  $l \rightarrow m$

$$W_{klm}^{\text{in}} f_k f_l (1 - f_m) = W_{klm}^{\text{in}} (1 - f_k)(1 - f_l) f_m \frac{f_k}{(1 - f_k)} \frac{f_l}{1 - f_l} \frac{1 - f_m}{f_m}$$

$$\stackrel{\text{NR}}{\rightarrow} W_{klm}^{\text{out}} (1 - f_k)(1 - f_l) f_m e^{\frac{E_n - E_k - E_l + E_m}{kT}}$$

(mikros. Reversibilität)

$$\text{NR: } \frac{f_k}{1 - f_k} = \frac{1}{e^{\frac{E_k - F}{kT}} + 1} \frac{1}{1 - \frac{1}{e^{\frac{E_k - F}{kT}} + 1}} = e^{\frac{F - E_k}{kT}}$$

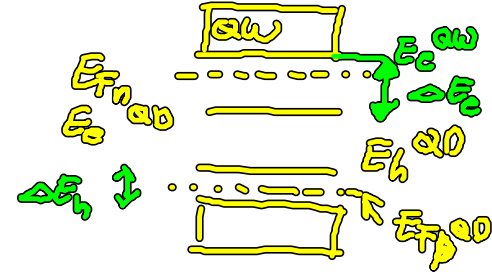
$$\frac{f_l}{1 - f_l} = e^{\frac{F - E_l}{kT}}$$

$$\frac{1 - f_m}{f_m} = e^{\frac{E_m - F}{kT}}$$

Energieerhaltung:  $E_{F_n} - E_k - E_e + E_u = E_{F_n} - E_e^{QD}$

nach Summation über alle Prozesse

$$\rightarrow S_e^{in} = S_e^{out} e^{\frac{E_{F_n} - E_e^{QD}}{kT}}$$



$$S_e^{in}(w_e, w_u) = S_e^{out}(w_e, w_u) e^{\frac{\Delta E_e}{kT}} \left[ e^{\frac{w_e}{S_e kT}} - 1 \right]$$

$\approx \frac{w_e}{S_e kT}$  im nicht entarteten Fall

$$\Delta E_e = E_e^{QD} - E_k^{QD}$$

(analog für Löcher)

Stoßterm in der Boltzmann-Gleichung:

Änderung der Besetzung in QD Zuständen

$$\dot{S}_e = \frac{\partial S_e}{\partial t} \Big|_{col} = S_e^{in} (1 - S_e) - S_e^{out} S_e$$

## 6.7. Rategleichungen für QD Laser



$w_e$

↙ Dichte der Quantenpunkte im Laser

$$n_c = S_c N^{00}$$

$$R_{\text{ind}} \sim \text{Photonzahl} \cdot \text{Inversion} \quad (4.5.2)$$

$$R_{\text{sp}} \sim W S_c S_h = \frac{W}{V^{00}} n_e n_h$$

$$\uparrow$$

$$(4.4.3)$$

$$\dot{n}_e = S_e^{\text{in}} (N^{00} - n_e) - S_e^{\text{out}} (n_e) - \overbrace{W A (n_e + n_h - N^{00}) n_{\text{ph}}}^{R_{\text{ind}}} - \overbrace{\frac{W}{V^{00}} n_e n_h}^{R_{\text{sp}}}$$

$$\dot{\omega}_e = -S_e^{\text{in}} (N^{00} - n_e) + S_e^{\text{out}} n_e - \beta \omega_e \omega_h + \frac{j}{C_0} \uparrow \text{Strominjektion}$$

$$\dot{n}_{\text{ph}} = -2\kappa n_{\text{ph}} + \beta W n_e n_h + \Gamma W A (n_e + n_h - N^{00}) n_{\text{ph}}$$

$\uparrow$   
 $(2\kappa^{-1}) = \text{Photonlebensdauer}$

+ 2x Gleichungen für  $n_h, \omega_h$

→ dynamische Simulation des QD Lasers möglich