

- Bitte anschauen: MMP: 2.3 Drehungen
 6.4. Nabla-Operator [lokales Koord.]
 6.6. Rotation
 7.1. Linienintegrale

1. Grundprinzipien und Erläuterungen

1.1 Fundamentale Annahmen

1.2 Kinematik eines Massenpunktes

- Sommerfeld: „Die Kinematik behandelt die Geometrie der Bewegung ohne Rücksicht auf deren physikal. Realisierung“

- Massenpkt.: idealisiertes Objekt ohne Ausdehnung, aber mit Masse

real: Ausdehnung \ll typische Längenskala im System

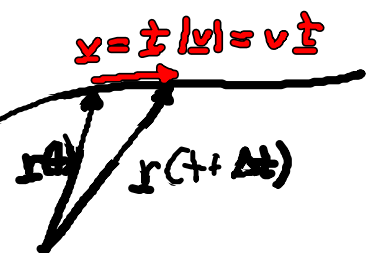
Bsp: Planeten im Sonnensystem, Galaxien im Galaxienhaufen, Atome im Gas, etc.

a) Geschwindigkeit

Bahnkurve: $\underline{r}(t)$

$$\underline{v}(t) = \frac{d\underline{r}}{dt} = \dot{\underline{r}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\underline{r}(t+\Delta t) - \underline{r}(t)}{\Delta t} \quad (1.1)$$

... Tangential vektor an $\underline{r}(t)$



NB: Bogenlänge s :

$$v = |v| = \frac{ds}{dt} \longrightarrow s(t) = \int_0^t v(t') dt' \quad (1.2)$$

... „zurückgelegter Weg“

• Kartesische Koord: $[r(t) = x e_x + y e_y + z e_z]$

$$v(t) = \dot{x} e_x + \dot{y} e_y + \dot{z} e_z = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

• Zylinderkoord: (s, φ, z)

$$r(t) = s e_s + z e_z$$

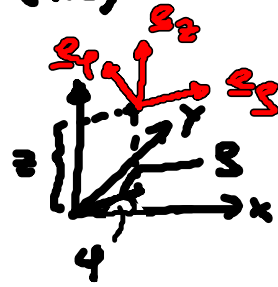
$$v(t) = \frac{dr}{dt} = \underbrace{\frac{\partial r}{\partial s}}_{e_s} \dot{s} + \underbrace{\frac{\partial r}{\partial \varphi}}_{s e_\varphi} \dot{\varphi} + \underbrace{\frac{\partial r}{\partial z}}_{e_z} \dot{z}$$

Kettenregel

→

$$v(t) = \dot{s} e_s + s \dot{\varphi} e_\varphi + \dot{z} e_z \quad (1.4)$$

radiale azimutale axiale Geschw.

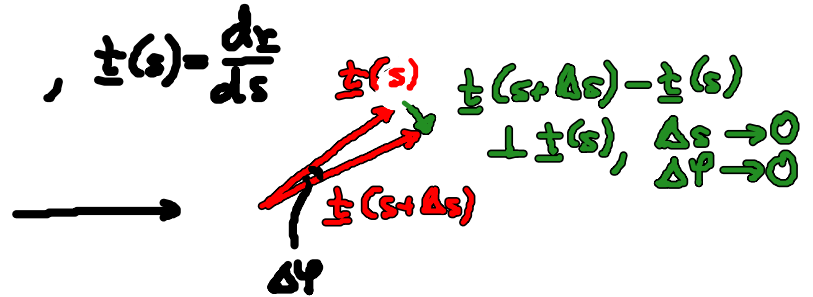
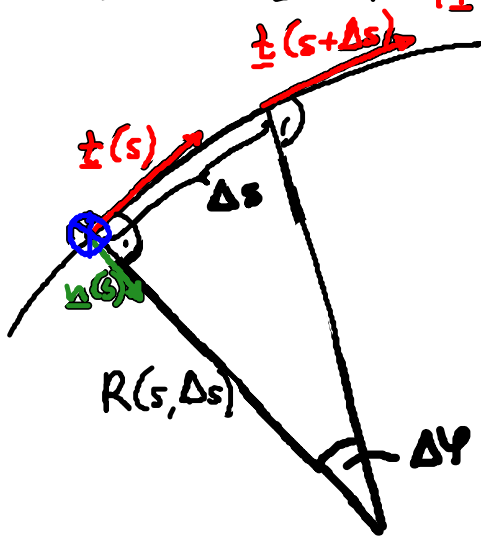


b) Beschleunigung:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} \quad (1.5) \quad \dots \text{„acceleration“}$$

• Zerlegung von a nach „natürlichen“ Komponenten

Bahnkurve: $r(s) \quad |v| = v$, $\hat{t}(s) = \frac{dr}{ds}$



$$\text{Normalenvektor } n(s) = \lim_{\Delta \varphi \rightarrow 0} \frac{\hat{t}(s+\Delta s) - \hat{t}(s)}{\Delta \varphi}$$

$$\left[\Delta y = \frac{\Delta s}{R(s, \Delta s)} \right] = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} R(s, \Delta s) \frac{\hat{t}(s+\Delta s) - \hat{t}(s)}{\Delta s}$$

$$\rightarrow \boxed{\underline{n}(s) = R \frac{d\hat{t}}{ds}} \quad \text{mit} \quad \boxed{\frac{1}{R} = \left| \frac{d\hat{t}}{ds} \right|} \quad (1.6)$$

... Krümmung der Bahnkurve

R .. Krümmungsradius

→ begleitendes Dreibein: für Massepkt.

$$\hat{t}, \underline{n}, \text{ Binormalenvektor: } \underline{b} = \hat{t} \times \underline{n} \quad (1.7)$$

$$|\hat{t}| = |\underline{n}| = |\underline{b}| = 1 \rightarrow \text{lokale ONB!}$$

$$\cdot \quad \underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{d}{dt} (v \hat{t}) = \frac{dv}{dt} \hat{t} + v \frac{d\hat{t}}{dt} = \frac{dv}{dt} \hat{t} + v \frac{d\hat{t}}{ds} \frac{ds}{dt}$$

Chain rule

$$(1.6) \rightarrow \boxed{\underline{a} = \frac{dv}{dt} \hat{t} + \frac{v^2}{R} \underline{n}} \quad (1.8)$$

Tangential-
besch.

Radialbesch.
= „Zentripetalbesch.“

bei Richtungsänderung!

$$\sim \frac{v^2}{R}$$

• Anwendungen auf Helixbahn: → Übungen

1.3 Newtonsche Axiome

→ Folien