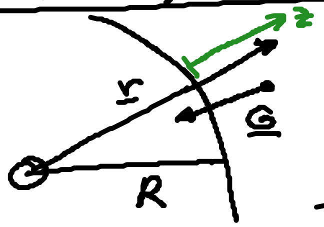
3.1 Konservative Kräfte

a) Newtonsche Grav. Kraft

$$\boxed{\underline{F}_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\underline{r}}{r}} \quad (3.1)$$

$$\longrightarrow \boxed{U(\underline{r}) = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}} \quad (3.3)$$

b) Schwer-/Gewichtskraft



$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R+z} \approx \frac{1}{R} - \frac{z}{R^2}$$

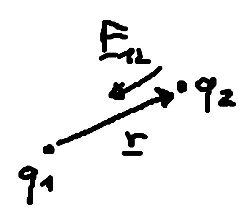
$\longrightarrow$ pot. Energie von m im Grav. feld der Erde: $\tilde{U}(z) = U(R+z) - U(R)$

$$\longrightarrow \boxed{\tilde{U}(z) = mgz}, \quad \text{Fallbeschleunigung:} \quad \boxed{g = \gamma \frac{M}{R^2}} \underset{\text{Erde}}{=} 9{,}81 \frac{m}{s^2} \quad (3.8)$$

$\longrightarrow$ Gewichtskraft von m: $\boxed{\underline{G} = -\operatorname{grad} \tilde{U} = -mg\underline{e}_z}$ (3.9)

- Achtung! Erde ist ausgedehnt
  (3.3), (3.8), (3.9) gilt trotzdem für kugelförmige Massen
  $\longrightarrow$ Übungen

c) Coulombsches Kraftgesetz



elektrostatisches Potential: $\varphi(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1}{r}$ (3.10)

Energie: $U(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$ (3.11)

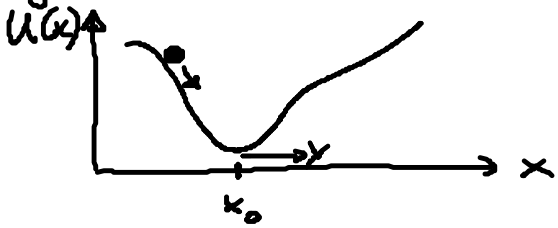
$$\underline{F}_{12} = -\operatorname{grad} U(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\underline{r}}{r} \quad (3.12)$$

$$q_1 q_2 \begin{cases} >0 & \text{... abstoßend} \\ <0 & \text{... anziehend} \end{cases}$$

ε_0 .. Dielektrizitätskonst. des Vakuums cgs-Einheiten: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \to 1$

d) <u>harmonische Kraft</u>:

• allg. 1D-Potential



Ort x_0:

$$\left.\frac{\partial U}{\partial x}\right|_{x_0} = U'(x_0) = 0 \quad \ldots \text{ keine Kraft}$$

$$U''(x_0) = k > 0 \quad \ldots \text{ Minimum, stabile Gleichgewichtslage} \qquad (3.13)$$

• $U(x)$ in Umgebung von x_0:

Taylor-Entwicklung:

$$U(x) = U(x_0) + \underbrace{U'(x_0)}_{=0\ (\text{s.o.})}(x-x_0) + \frac{1}{2}\underbrace{U''(x_0)}_{k>0}\underbrace{(x-x_0)}_{y}^2 + \ldots$$

$$\longrightarrow \tilde{U}(y) = U(x) - U(x_0) = \frac{1}{2}ky^2 + O(y^3), \quad y = x - x_0$$

$\longrightarrow$ harmonisches / Feder-Potential: $\boxed{\tilde{U}(y) = \frac{1}{2}ky^2}$ (3.14)

harmonische / lineare Kraft: $\boxed{F = -\frac{\partial \tilde{U}}{\partial y} = -ky}$

$\longrightarrow$ viele Potentiale sind lokal harmonisch

e) <u>Kernkraft</u>: zwischen Nukleonen (Neutronen, Protonen)

<u>Yukawa Potential</u> $\boxed{U(\underline{r}) = -g^2 \frac{e^{-r/r_0}}{r}}$ (3.15)

$e^{-r/r_0} \longrightarrow$ endliche Reichweite r_0 der WW („abgeschirmtes Coulombpotential")

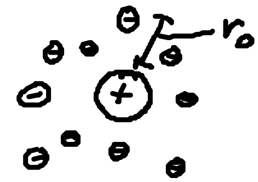
g^2 ... Kopplungskonstante

$h \leftarrow$ Plancksches Wirkungsquantum

$r_0 = \frac{h}{m_0 c}$ ... „Comptonwellenlänge" der Austauschteilchen (Pionen) mit Masse m_0

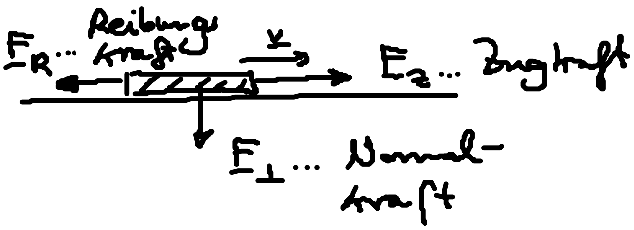
· Anwendung in kondensierter Materie:

geladene Mikrometer-Teilchen in H_2O:



3.2 Reibungs-/dissipative Kräfte [kein $U(\underline{r})$]

a) Haft- und Gleitreibung: (Coulombsches Reibungsgesetz)



$$\underline{F}_R = -\underline{F}_Z \quad (3.16)$$

Haftreibungskraft

Ruhe falls $|\underline{F}_Z| < \mu_H |\underline{F}_\perp|$ (3.17)

μ_H ... Haftreibungskoeffizient

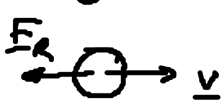
Gleitreibung

$$\underline{F}_R = -\mu_G |\underline{F}_\perp| \frac{\underline{v}}{v}, \quad 0 < \mu_G < \mu_H \quad (3.18)$$

μ_G .. Gleitreibungskoeffizient

b) Stokessche Reibung: in Flüssigkeiten/Gasen ohne Turbulenz

$$\boxed{\underline{F}_R = -\beta \underline{v} + O(\underline{v}^2)} \quad (3.19)$$



Kugel: $\beta = 6\pi \eta a$

η ... Viskosität der umgebenden Flüssigkeit

a ... Kugelradius

c) Newtonsche Reibung: mit Turbulenz

$$\boxed{\underline{F}_R = -\gamma v^2 \frac{\underline{v}}{v} + O(v^3)} \quad (3.20)$$

Bsp: Auto, c_w-Wert

$$c_w = \frac{\gamma}{\propto \varrho A}$$

ϱ ... Dichte des Fluids/Gases

A ... angeströmte Fläche

a)–c) z.T. phänomenolog. Gesetze, aber auch herleitbar für Spezialfälle

d) Rollreibung

$\underline{K}_N$, $\underline{G}$ ... nicht auf einer Linie, wegen Deformation des Rades
$\longrightarrow$ bremsendes Drehmoment

3.3 Scheinkräfte

- im Nicht-IS [später!!]: $m\underline{a} = \underline{F} + \underbrace{\underline{F}_{schein}}$

wegen Nicht-IS, damit Newton II formal gilt, keine wirkliche, physikal. Kräfte
Auswirkungen real:

Bsp.: anfahrendes Auto: „Kraft", die Fahrer in Sessel drückt
Karussell: Zentrifugalkraft, die Person nach außen drückt

Erde: Corioliskraft

4. Eindimensionale / lineare Bewegungen

4.1. Allg. Problem

- 2. Newtonsches Axiom: $m\ddot{x} = F(x, \dot{x}, t)$ ... gewöhnl. Dgl. 2. Ordnung

$\longrightarrow$ $x(t)$ mit 2 Integrationskonst.

α) Randbed.: $x(t_0) = x_0$, $x(t_f) = x_f$

β) Anfangsbed.: $x(t_0) = x_0$, $\dot{x}(t_0) = v_0$

4.2 Bewegung im konservativen Kraftfeld

- mit grad $\rightarrow \frac{d}{dx}$: $F(x) = -\frac{dU}{dx} = -U'(x) \longrightarrow \boxed{m\ddot{x} = -U'(x)}$ (4.2)

pot. Energie in 1D

• Lösungsmethoden: α) spezieller Ansatz

β) 1. Integral der Bewgl. (4.2) $\longrightarrow$ EES

2. Integral: „Separation der Variablen"

$\longrightarrow$ Bahnkurve

• zu β): 1. Integral: $\dot{x}\cdot(4.2) \xrightarrow[\text{regel}]{\text{Ketten}} \frac{m}{2}\frac{d}{dt}\dot{x}^2 = -\frac{d}{dt}U(x)$

$$\longrightarrow \text{EES:} \quad \boxed{\frac{m}{2}\dot{x}^2 + U(x) = E} \quad (4.3)$$

Gesamtenergie: 1. Integrationsvariable

2. Integral: mit $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ $\quad (4.3) \longrightarrow \frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E-U)}$

$$\longrightarrow dt = \frac{dx}{\pm\sqrt{\frac{2}{m}(E-U(x))}}$$

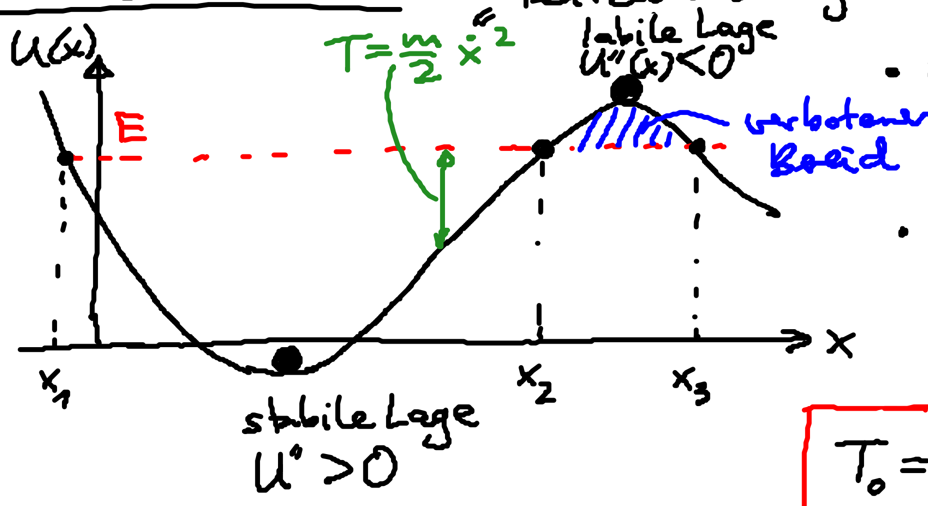
$$\longrightarrow \boxed{t - t_0 = \int_{x_0}^{x(t)} \frac{dx}{\pm\sqrt{\frac{2}{m}(E-U(x))}}} \quad (4.4)$$

$x_0 = x(t_0)$ ... 2. Integrationsvariable

$$\longrightarrow \boxed{x = x(t-t_0, x_0, E)} \quad (4.5)$$

[i.f. o.B.d.A.: $t_0 = 0$]

• qualitative Diskussion: „Teilchen bewegt sich in Potentiallandschaft"



• x_1, x_2, x_3 ... Umkehrpunkte ($\dot{x} = 0$)

• periodische Bew.: $x_1 \leq x \leq x_2$

Periodendauer

$$\boxed{T_0 = 2\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}(E-U)}}} \quad (4.6)$$