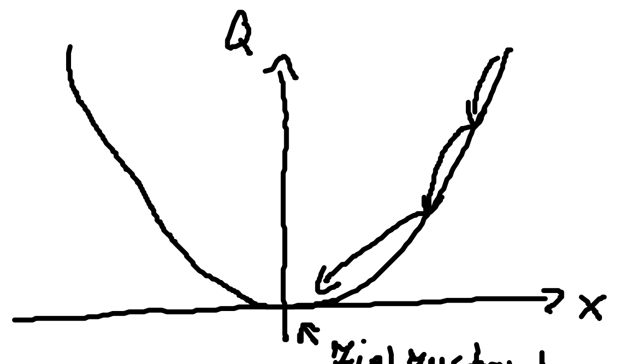
2.3 Adaptive Kontrolle

Anwendung bei: unbekannten Parametern, Parameter Drift

- Idee: Kostenfunktion $Q(x(t),t)$ minimalisieren

$Q \geq 0$

$$\lim_{t \to \infty} Q(\underline{x}(t),t) = 0$$



$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, \underline{u}, t)$ $\quad x \in \mathbb{C}^n$ Zustands-vektor

$\underline{u} \in \mathbb{C}$ Kontrollparameter (input)

$\Rightarrow u(t)$

Idee: Herleitung einer zusätzlichen DGL für $\underline{u}$, die Änderungen von Q berücksichtigt

speed gradient method

- A. Fradkov, Mirostnik, Nikiforov: Nonlinear and Adaptive Control of complex Systems (Kluwer, Dodrecht 1999)
- A Fradkov: Cybernetical Physics: From Control of Chaos to Quantum Control

Speed Q

$$\dot{Q} = \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial t}}_{} + \underline{\nabla}_x Q(\underline{x}, t)\, \underbrace{\dot{\underline{x}}}_{f(\underline{x}, \underline{u}, t)}$$

hängt nicht von u ab

$$\boxed{\dot{\underline{u}} = - \Gamma \underbrace{\nabla_{\underline{u}}}_{} \dot{Q}}$$

Γ Proportionalitätskonstan

Richtung im u-Raum, in der $\dot{Q}$ am stärksten abnimmt

$\Rightarrow \dot{Q} < 0 \Rightarrow Q$ nimmt ab $\Rightarrow Q \xrightarrow[t \to \infty]{} 0$

Beispiel: Selbstadaptive Kontrolle der Rückkopplungsstärke K bei zeitverzögerter Rückkopplung ($K \hat{=} u$)

Stabilisierung eines Fixpunktes

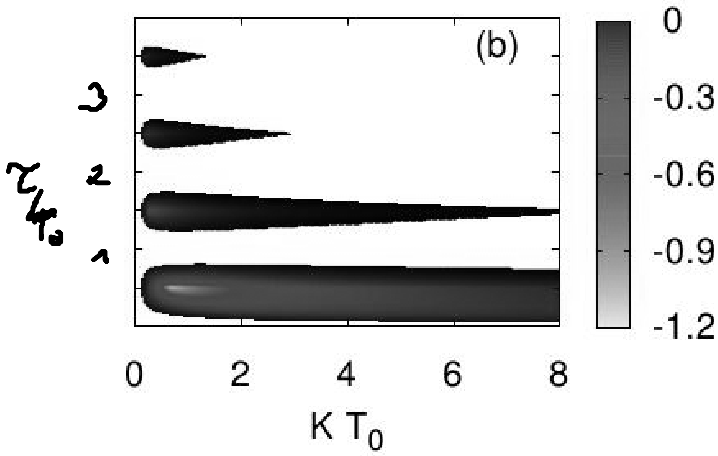
$$\dot{x} = \lambda x + \omega y - K[x(t) - x(t-\tau)]$$
$$\dot{y} = -\omega x + \lambda y - K[y(t) - y(t-\tau)]$$

$\lambda > 0$ Bif. par

Fixpunkt $x^* = y^* = 0$ Eigenwerte $(K=0)$ $\lambda \pm i\omega$

$\Rightarrow$ instab. Fokus $(\lambda > 0)$

Ohne adaptive Kontrolle ($K = \text{const.}$) ist die zeitverzögerte Rückkopplungskontrolle nur in "Zungen" in der K-τ-Ebene erfolgreich.



Λ Eigenwert des kontrollierten Fixpunktes

Kostenfkt. $Q = \frac{1}{2}\left[(x(t) - x(t-\tau))^2 + (y(t) - y(t-\tau))^2\right]$

$$\dot{K} = -\Gamma \frac{\partial}{\partial K}\dot{Q} = -\Gamma \Big\{ [x(t) - x(t-\tau)] \frac{\partial}{\partial K}\left[\dot{x}(t) - \dot{x}(t-\tau)\right]$$

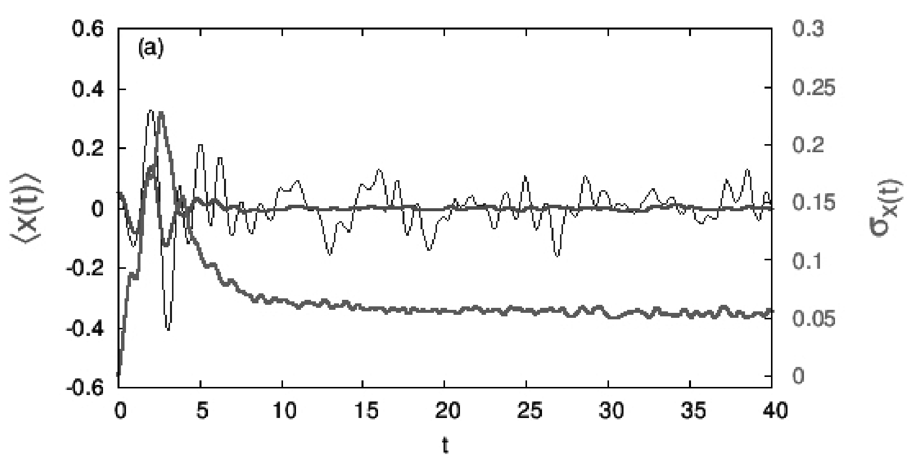
$$+ [y(t) \ldots$$

$$= \Gamma \Big\{ [x(t) - x(t-\tau)] \left[\overbrace{(x(t) - x(t-\tau))} - \overbrace{(x(t-\tau) - x(t-2\tau))} \right]$$

$$+ [y(t) \ldots$$

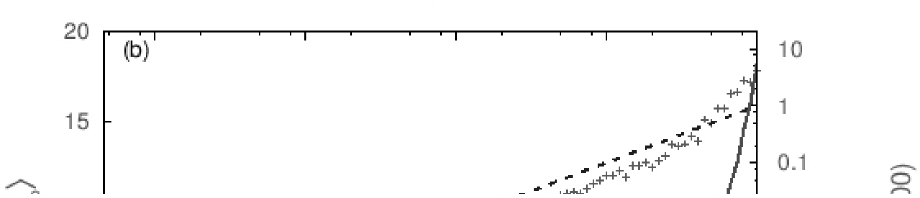
$$= \Gamma \Big\{ [x(t) - x(t-\tau)] \left[x(t) - 2x(t-\tau) + x(t-2\tau) \right]$$

$$+ [y(t) \ldots$$

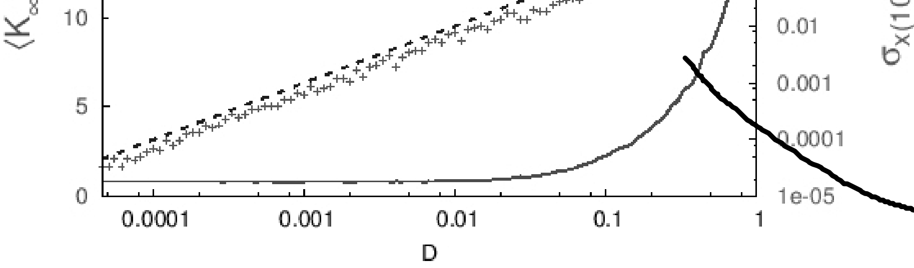


über 200 Realisierungen gemittelt

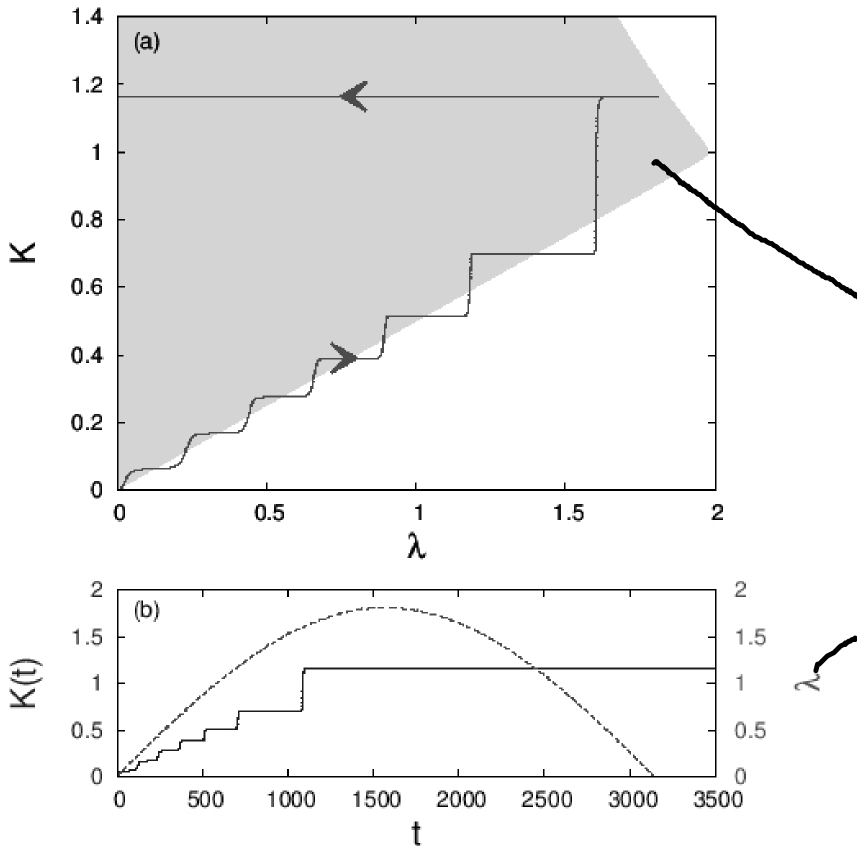
— standardabweichung



robust gegen Rauschen $D\,\xi_{1,2}(t)$



Kontrolle versagt



Adaptive Kontrolle bei driftenden System-parametern

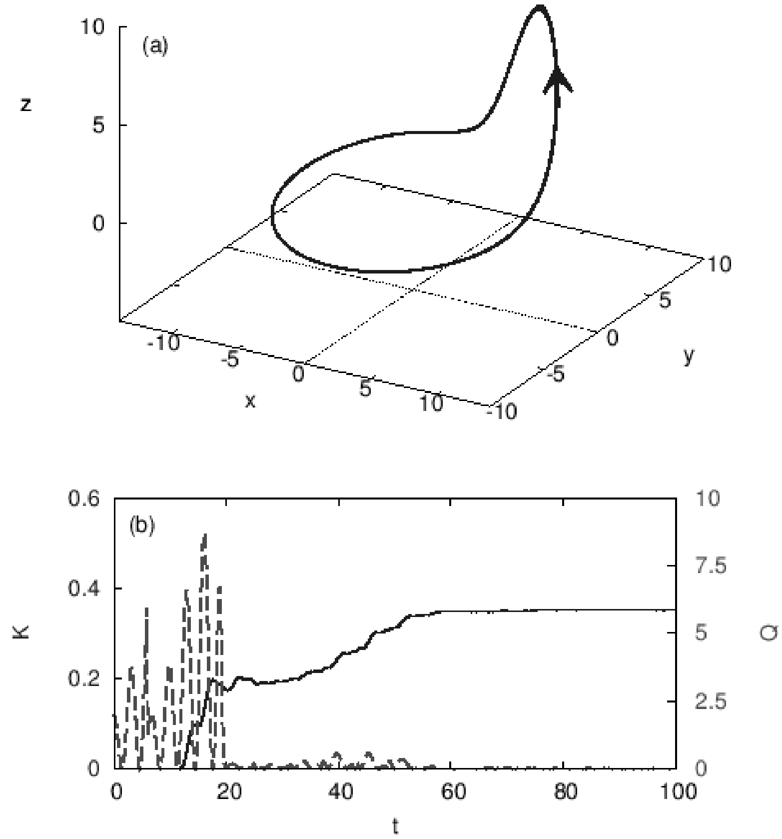
Bereich, in dem die Zeit verzögerte Rückkopplungs-kontrolle mit $K = const$ erfolgreich

driftender System-parameter

Stabilisierung eines instabilen period. Orbits

Rössler - System (chaot.)

instabiler period Orbit (ohne Transiente)



$\tau = 5.9 = T_{UPO}$

2.4 Quantenkontrolle

Kostenfkt enthält Hamiltonian : $Q(q,p) = \frac{1}{2}\left(H(q,p) - H_*\right)^2$

mit H_* als Zielenergie

quantenmechanische Systeme:

Schrödinger-Gl : $i\hbar \dot{\psi} = \Big(\underbrace{H_0}_{\substack{\text{ohne Kontrolle} \\ \text{(freies System)}}} + \overbrace{\sum_{k=1}^{m} u_k H_k}^{\text{Kontroll-Hamiltonop.}}\Big)\psi$ (Kontrollparameter u_k)

Ziel: Konstruiere u_k, so dass Observable Z im Mittel einen vorgegebenen Wert Z_* annimmt:

$$\lim_{t\to\infty} \underbrace{\psi^*(t)\, Z\, \psi(t)}_{\text{Skalarprodukte}} = Z_*$$

$\int \psi^* Z \psi \, d^3r = \langle \psi | Z | \psi \rangle$

Idee Speed gradient method anwenden:

$$Q(\psi) = 1/2\,(\psi^* z \psi - z_*)^2$$

$$\lim_{t\to\infty} Q(\psi) = 0$$

Ann: z kommutiert mit H_0 (gleichzeitig scharf messbar, keine Beeinflussung des qm System nur durch Messung von Q)

$$\underline{\nabla}_{u_k} \dot{Q} = \underline{\nabla}_{u_k} \left[(\psi^* z \psi - z_*)(\dot{\psi}^* z \psi + \psi^* z \dot{\psi}) \right]$$

$$= \underline{\nabla}_{u_k} \left[(\psi^* z \psi - z_*) \frac{i}{\hbar} \psi^* (H_0 z - z H_0 + \sum_{l=1}^{m} u_l (H_l z - z H_l)) \psi \right]$$

$$\text{mit } \dot{\psi} = -i/\hbar\,(H_0 + \sum_l u_l H_l)\,\psi$$

$$\dot{u}_k = -\Gamma\, \underline{\nabla}_{u_k} \dot{Q} = -\Gamma\, i/\hbar\, (\psi^* z \psi - z_*)\,(\psi^* (H_k z - z H_k)\, \psi)$$

$\Rightarrow$ adaptive Gl. für Kontrollpar. u_k

Anwendung: Kontrolle chem. Reaktionen auf molekularer Ebene; Kontrolle durch speziell geformte Laserpulse, die gewünschte Reaktionskanäle öffnen

Lit. z.B. T. Brixner (Würzburg):
Phys. Chem. $\underline{9}$, 2470 (2007)
Chem. Phys. $\underline{4}$, 418 (2003)