

## 4.5 Synchronisation in neuronalen Netzwerken

Literatur: Lehnert et al, Europhys Lett 96, 60013 (2014)  
Keane et al, Eur. Phys J.B. 85, 407 (2012)

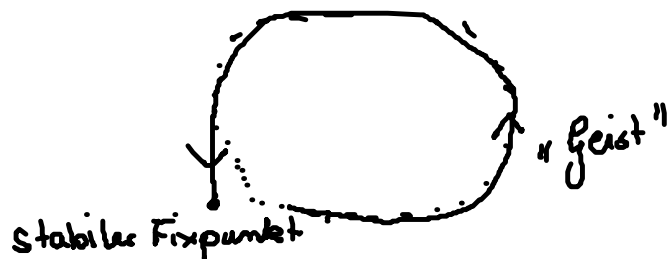
Ziel: Vergleich von Desynchronisationsübergängen in Netzwerken aus Typ-I und Typ-II anregbaren Knoten

Motivation: Synchronisation im Gehirn:

- konstruktiv in vielen kognitiven Prozessen
- pathologisch in Epilepsie oder Parkinson

### Anregbarkeit

- Beispiel: Neuronale Systeme, chem. Reaktionen, Ionenkanäle, Klimadynamik
- System hat stabilen Fixpunkt, ist aber im Parameterraum nahe einer Bifurkation ins oszillatorische Regime
- Bei kleinen Störungen folgt das System dem "Geist" des Grenzzyklus



### Typ-I Anregbarkeit

- Amplitude  $\neq 0$
- Frequenz  $\rightarrow 0$

=> Sattelpunkt - Bif auf einem Grenzzyklus



Beispiel: SNIPER

$$\dot{x} = x(1 - x^2 - y^2) + y(x - b)$$

$$\dot{y} = x(1 - x^2 - y^2) + x(x - b)$$

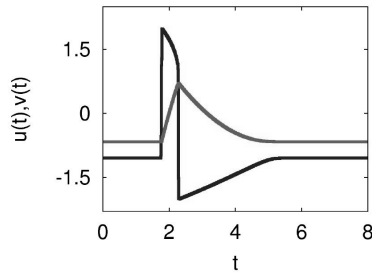
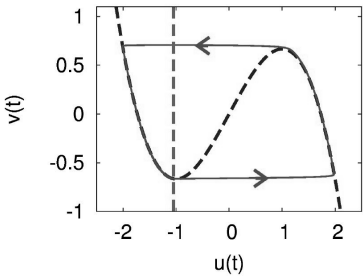
(siehe Übungsblatt 2)

# Typ-II Anregbarkeit

- Amplitude  $\rightarrow 0$
- Frequenz  $\neq 0$
- $\Rightarrow$  Hopf Bifurkation

Beispiel FitzHugh Nagumo (FHN)

$$\begin{aligned} \epsilon \dot{u} &= u - u^3/3 - v \\ \dot{v} &= u + a \end{aligned}$$

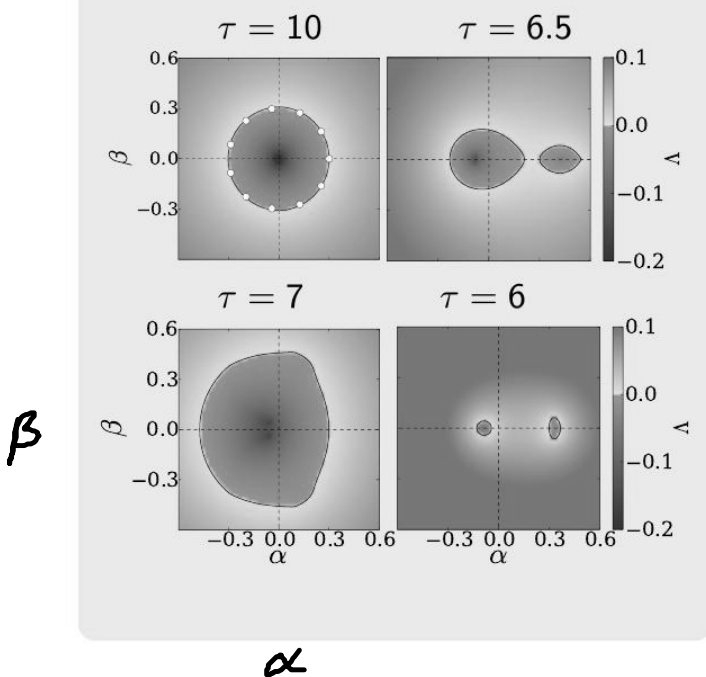


- $u$  - Aktivator (schnell)
- $v$  - Inhibitor (langsam)
- $\epsilon$  - Zeitkalenparameter (klein  $\epsilon \approx 0.01$ )
- $a$  - Bifurkationsparameter
- $a > 0$  stabiler Fixpunkt  $\Rightarrow$  anregbarer Bereich
- $a = 0$  Hopf - Bif.
- $a < 0 \Rightarrow$  stabiler Grenzzyklus
- oskillatorischer Bereich

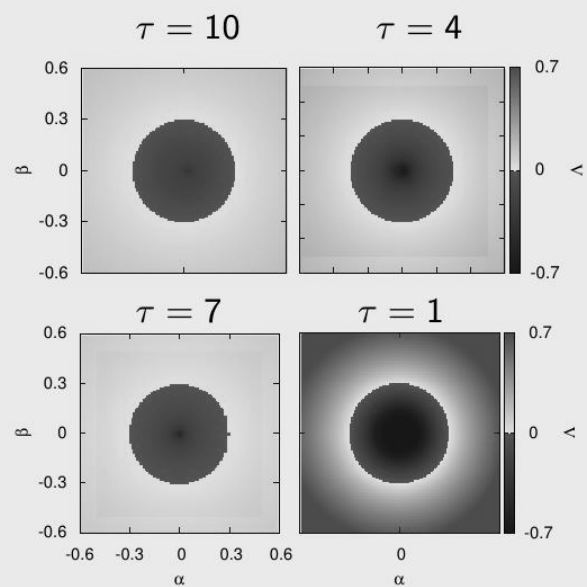
## Netzwerke aus anregbaren Knoten

Stabilität der Synchronisation  $\Rightarrow$  Master stability function

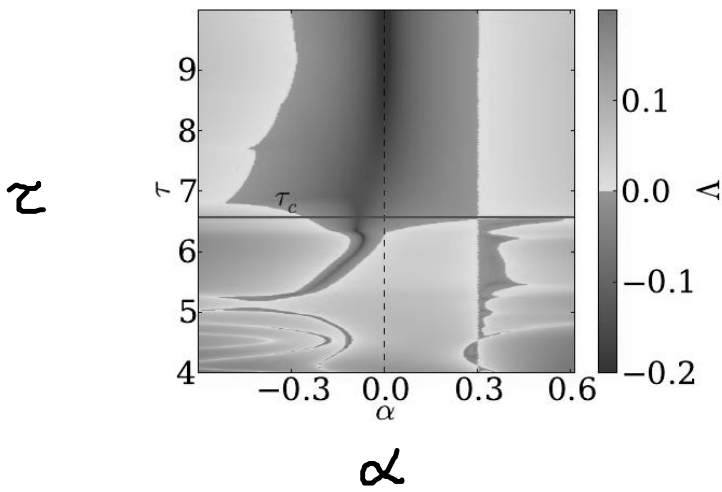
SNIPER:



FHN:



SNIPER



### Stabilitätsregionen

a) stabile Region  $\Leftrightarrow$  reskalierte Einheitskreis

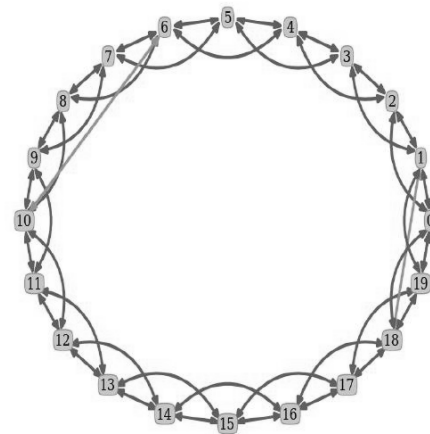
- FHN
- für SNIPER für großes  $\tau$

b) Stabilitätsinseln  
- SNIPER für kleines  $\tau$

### Desynchronisation in Small-world Netzwerken (SWN)

Betrachten Variationen eines SWN

- reguläres Netzwerk exzitatorisch gekoppelter Knoten ( $G_{ij} > 0$ )
- $k$  Anzahl nächster Nachbarn verbunden im regulären Netzwerk
- nichtgerichtete Links
- führen mit Wahrscheinlichkeit  $p$  zusätzliche in inhibitorische ( $G_{ij} < 0$ ) Links ein (kein rewiring)

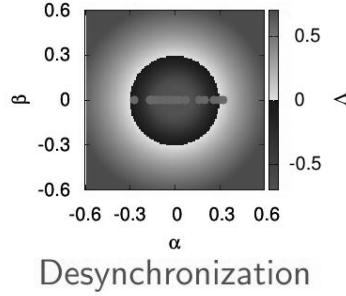
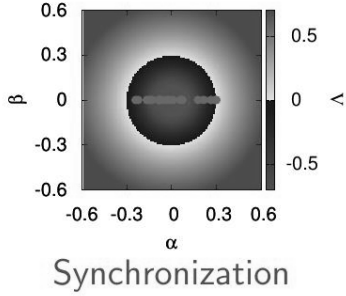


$k=2$

- Zufallsprozess: verschiedene Realisationen können unterschiedliche Stabilitäts-  
eigenschaften haben



$N = 20$   
 $k = 2$   
 $p = 0.05$



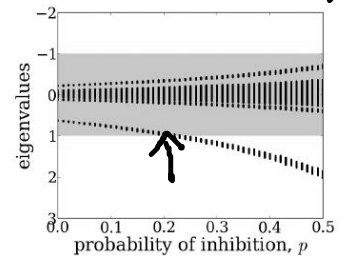
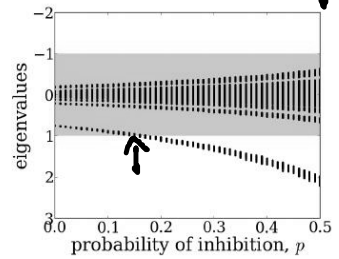
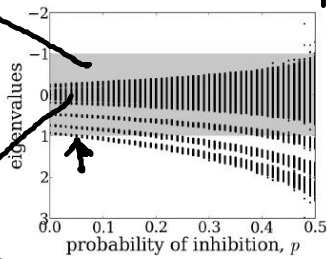
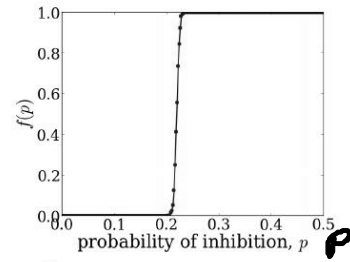
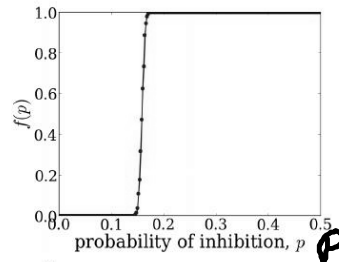
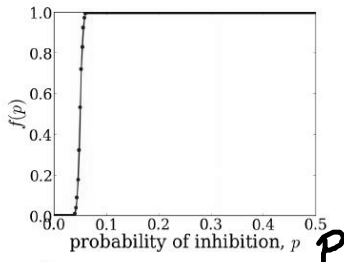
Betrachten  $f(p) = \frac{\# \text{ desynchronisierter Realisationen}}{\# \text{ aller Realisationen}}$

Fall a) stabiler Bereich  $\Leftrightarrow$  skaliertes Einheitskreis

$k = 20$

$k = 40$

$k = 50$



$f(p)$   
 Stabiler Bereich  
 des MST  
 (grün)

Eigenwertspektrum

Inhibition verursacht Übergang in den desynchronisierten Zustand

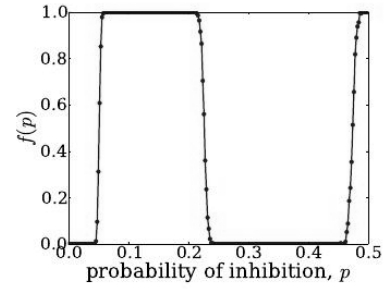
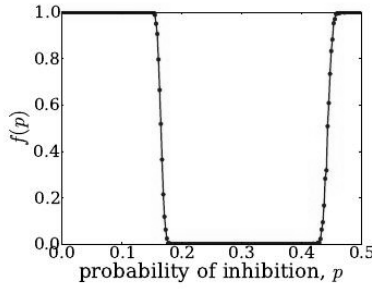
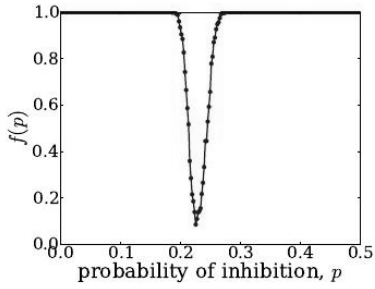
Fall b) Stabilitätsinsel

$k = 20$

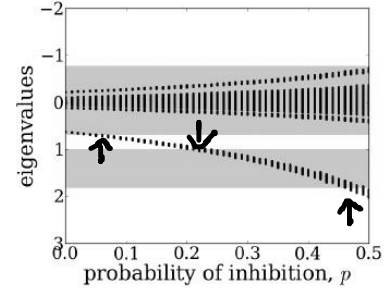
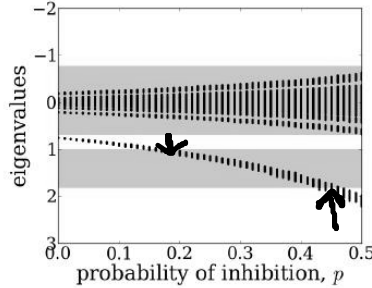
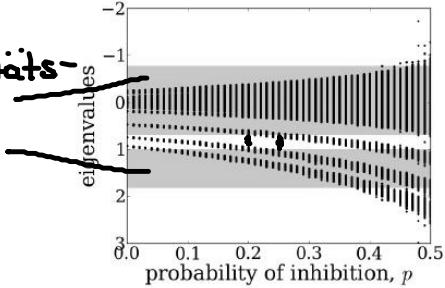
$k = 40$

$k = 50$

$f(p)$



Stabilitätsinseln



$p$

$p$

$p$

- Mehrfache Übergänge zw. Synchronisation und Desynchronisation
- Synchronisation: Instabile Regionen müssen zu Lücken im Eigenwertspektrum passen

Zusammenfassung:

Anzahl der Knoten	Involvierte Bil.	Hier betrachtetes Beispiel	stabiler Bereich der MSF	Desynchronisations-Übergänge
Typ-I	SNIPER	SNIPER Normalform	$\tau$ klein: Stabilitätsinseln $\tau$ groß: reskaliertem Einheitskreis	Mehrfache Übergänge zu Sync. und Desync.
Typ-II	Hopf	FHN	reskaliertem Einheitskreis	Inhibition führt zu einem Übergang zur Desyn.