

6. Kontrolle in optischen Systemen

s.a. Ergänzungs-VL Nichtlineare Laserdynamik
K. Lüdge (WS 2012/13)

6.1 Laser und Rückkopplungskontrolle des Fixpunktes

Beschreibung: semiklass. Lasergl.

- Elektr. Feld: klassisch (Maxwell-gls.)
- Atome/Elektronen im Halbleiter: quantentheoretisch (Besetzungsinversion und ggf. Polarisation der Atome aus Schrödinger-gf.
hier: adiab. Eliminierung der Polarisation

$$\left(\frac{1}{\tau_{pol}} \gg \frac{1}{\tau_{\text{Feld}}} \right) : \text{Polarisation folgt instantan}$$

$\tau_{pol} \leftarrow \frac{1}{\kappa}$

Lang-Kobayashi-gls.

(R. Lang, K. Kobayashi, IEEE J. Quantum El. 16, 311 (1980))

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} (1 + i\alpha) n E - E_b + \overline{F} E$$
$$T \frac{dn}{dt} = I - n + (1 + n) k(n) |E|^2$$

dimensionlos

(Halbleit Laser)

Var. u. Parameter:

$E \in \mathbb{C}$: elektrisches Feld (slowly varying | Enveloppe approx.)
Amplitude



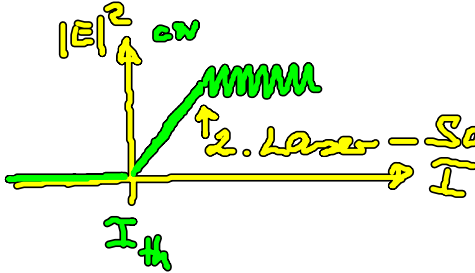
und $|E|^2$ opt. Intensität \sim Photondichte

n : Ladungsträgerdichte (Inversion) relativ zur Laserschwelle
bei $n_{th} = 0$

T : Zeitkonstantenpar. $\frac{\tau_{carrier}}{\tau_{photon}} \approx 10^3$

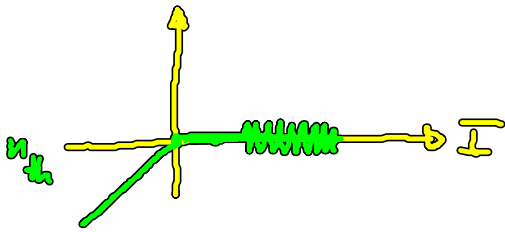
α : linewidth enhancement factor (Amplit.-Phasen-Koppl.)

I : Pumpstrom (über der Laserschwelle, I_{th})



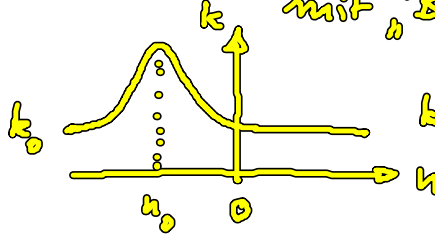
2. Laser-Schwelle (für spezielle Laser)

\Rightarrow Intensitätsoszillationen oberhalb einer Hopf-Bifurkation



z.B. hier:

$k(n)$ (passives, internes feedback im Laser mit „Bragg grating“)



$$k(n) = k_0 + \frac{A W^2}{4(n - n_0)^2 + W^2}$$

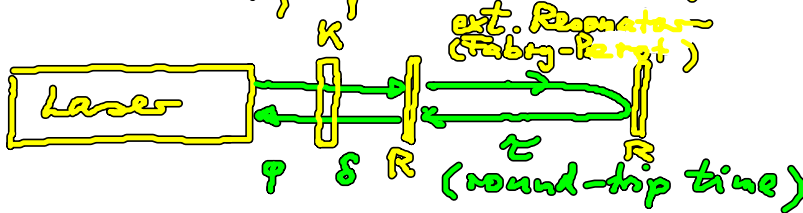
$A=1, W=0.02, n_0=-0.037$

zusätzliche Einflüsse:

E_b : optisches feedback analog zu Pyragas-Kontrolle (Fabry-Pérot)

$$E_b(t) = K e^{i\varphi} \sum_{m=0}^{\infty} R^m [E(t - \delta - m\tau) - E(t - \delta - (m+1)\tau)]$$

F_E : Rauschterm, spontane Em. (\rightarrow 6.2)



Dahms, Hövel, Schöll: PRE 78, 056213 (2008)

Ziel: Analyse der Stabilität des lasenden Fixp.

Fixpunkte

(i) $n = I, E = 0 \Rightarrow$ trivialer Fixp. (nicht lasend)

(ii) $n = 0, E = \sqrt{I} e^{i\varphi}$, setze $\varphi = 0$ (Bezugspkt.), $k(0) = 1$

⇒ Laser der Fixp.

lineare Stab. analyse:

- neue Koord.: $E(t) = \sqrt{T} (\Omega_0 + x(t) + iy(t))$

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{I}{T}}$$

⇒ Fixp. bei $n=0, x=y=0$

linearisierung (ohne Kontrolle):

$$\begin{pmatrix} \dot{n} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\Gamma & -4\Omega_0 & 0 \\ \Omega_0 & 0 & 0 \\ \Omega_0 x & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n \\ x \\ y \end{pmatrix}$$

mit $\Gamma = \frac{1}{T} \left[1 + \mathcal{I} \left(1 + \frac{dk}{dn} \Big|_{n=0} \right) \right]$

charakt. Gl. $0 = \det(\underline{A} - \lambda \underline{1}) = \lambda (\lambda^2 + 2\Gamma\lambda + 4\Omega_0^2)$

⇒ Eigenwerte: $\lambda_1 = 0$ (Goldstone-Mode ↔ Rot. Symm. von E)
⇒ für Stab. nicht ausschlaggebend

$$\lambda_{2,3} = -\Gamma \pm i\sqrt{4\Omega_0^2 - \Gamma^2}$$

Frequenz der Relax. osz.
für $|2\Omega_0| > |\Gamma|$

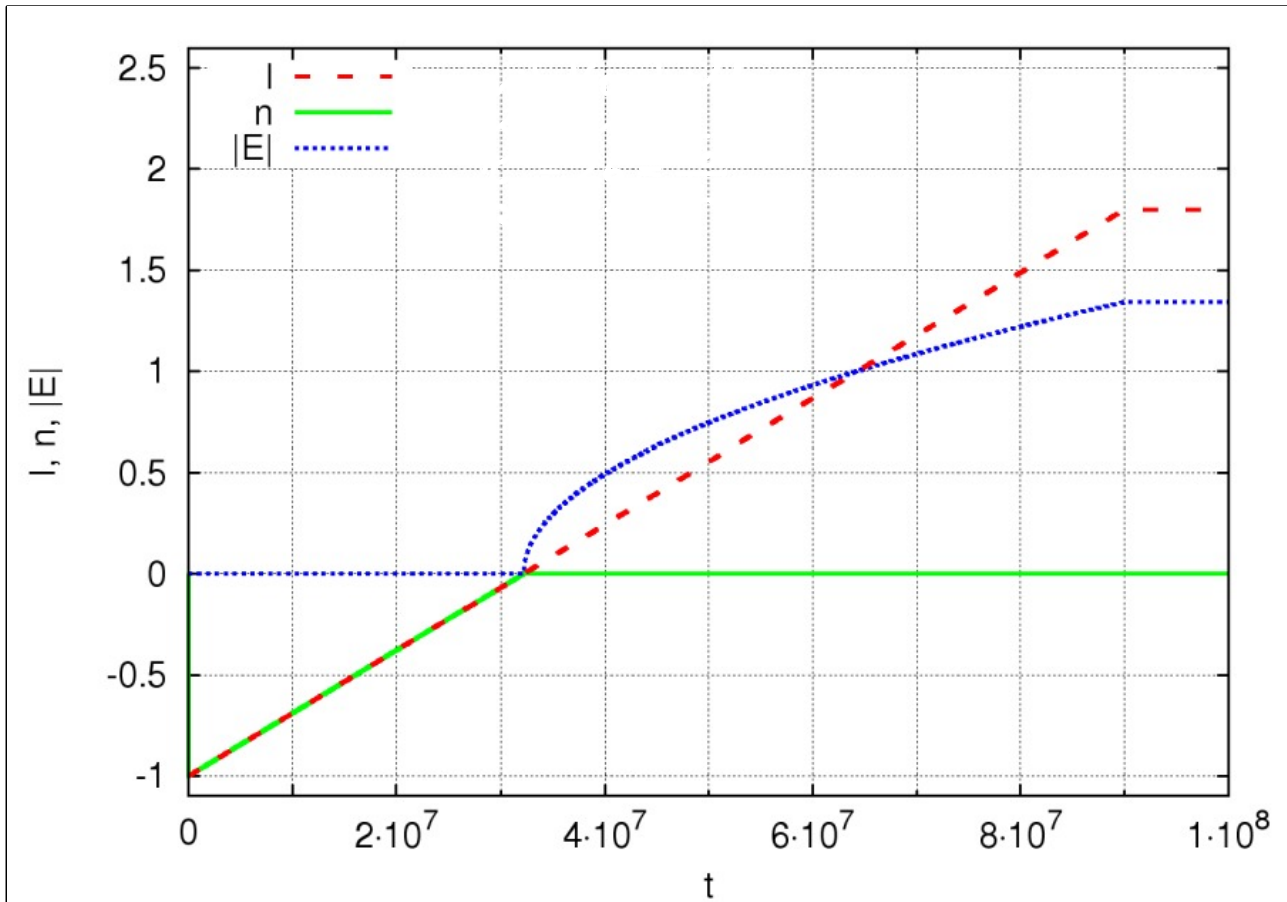
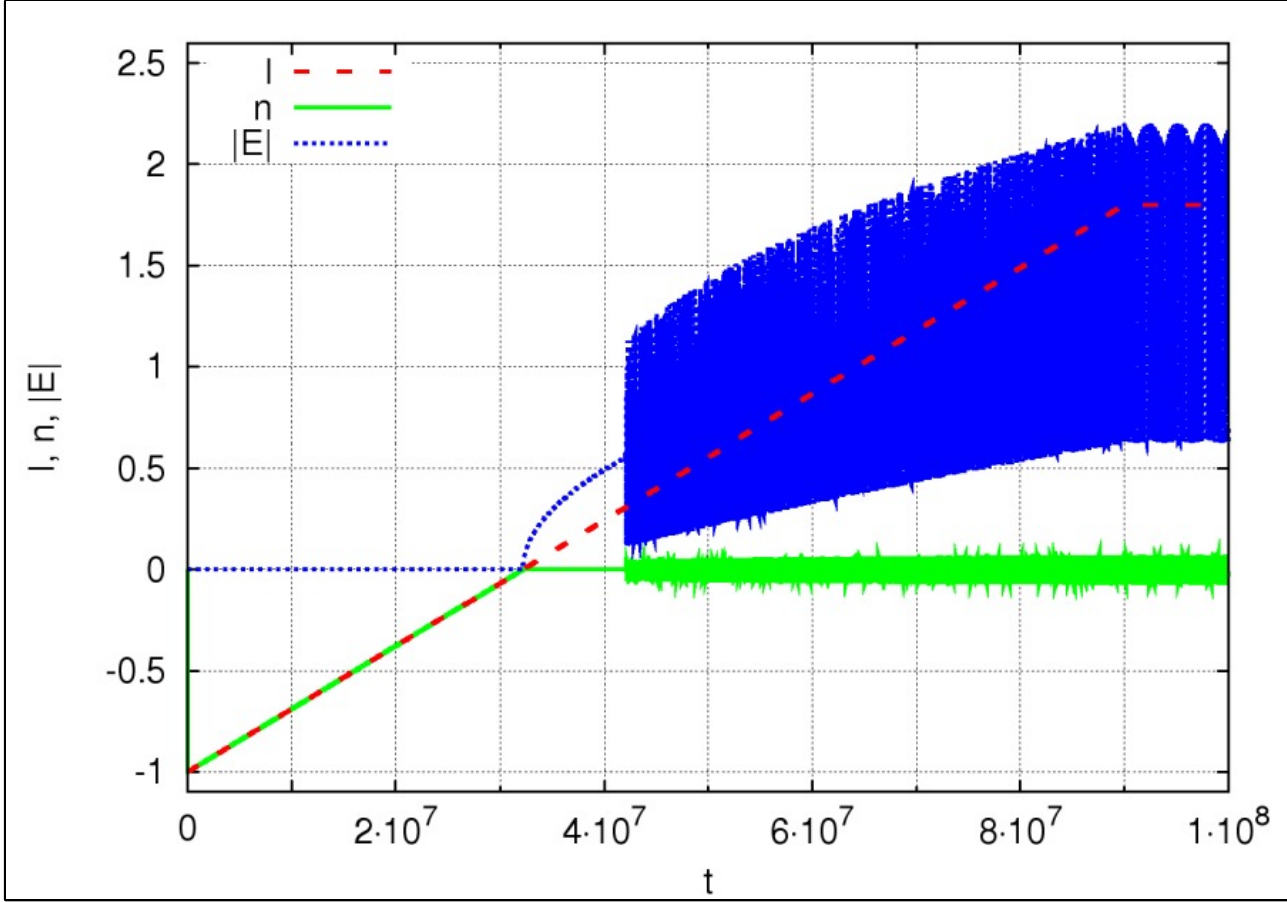
⇒ Fixp. ist Fokus!

$\Gamma > 0$ stabil Fokus

$\Gamma = 0$ Hopf-Bif.

$\Gamma < 0$ LC ($\frac{dk}{dn} < 0$)

ohne Kontrolle ($K=0$)



Linearisierung mit Kontrolle:

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\Gamma & -4\Omega_0 & 0 \\ \Omega_0 & 0 & 0 \\ -\Omega_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - K \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \sum_n R^n (x(t-\delta-n\tau) - x(t-\delta-(n+1)\tau)) \\ \sum_n R^n (y(t-\delta-n\tau) - y(t-\delta-(n+1)\tau)) \end{pmatrix}$$

charakt. Gl.:

$$0 = (2\Gamma + 1) \left[(K e^{-\lambda\delta} \kappa)^2 + \lambda^2 + 2\lambda K e^{-\lambda\delta} \kappa \cos\varphi \right] + 4\Omega_0^2 \left[1 + K e^{-\lambda\delta} \kappa \cos\varphi + \lambda K e^{-\lambda\delta} \kappa \sin\varphi \right]$$

$$\text{mit } \kappa = \frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{1 - R e^{-\lambda\tau}}$$

Eigenwerte λ numerisch bestimmen in Abhängigkeit von den Kontrollpar. $K, \varphi, \delta, \tau, R$

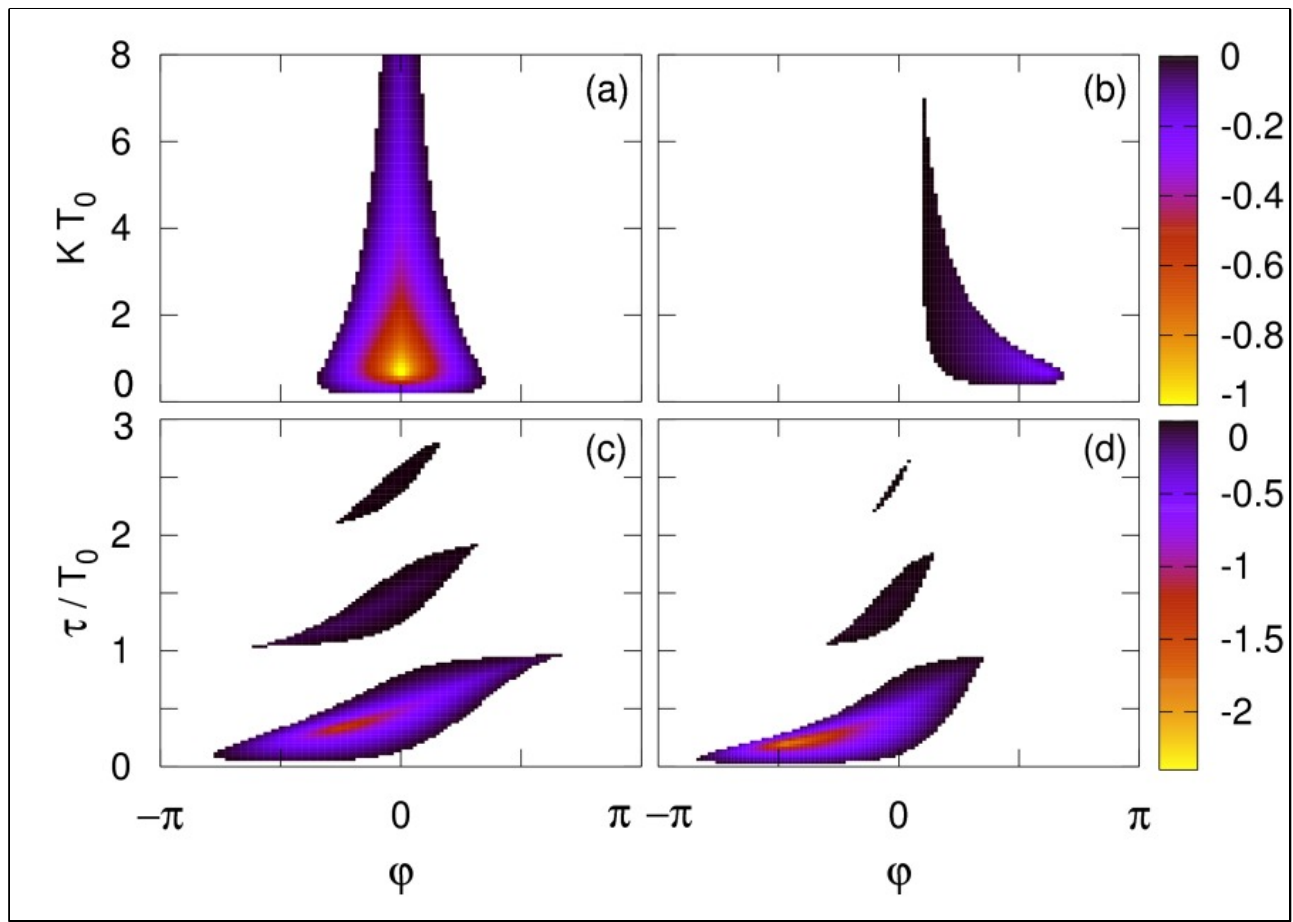
⇒ Stabilitätsdiagramme als 2D-Projektionen des 5D-Kontrollparameterraum (3 Par. konst., 2 variabel)

vgl. Fokus + Pyroge-Kontrolle mit Phase φ (Kap. 3.2.1)

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & \omega \\ -\omega & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - K \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) - x(t-\tau) \\ y(t) - y(t-\tau) \end{pmatrix}$$

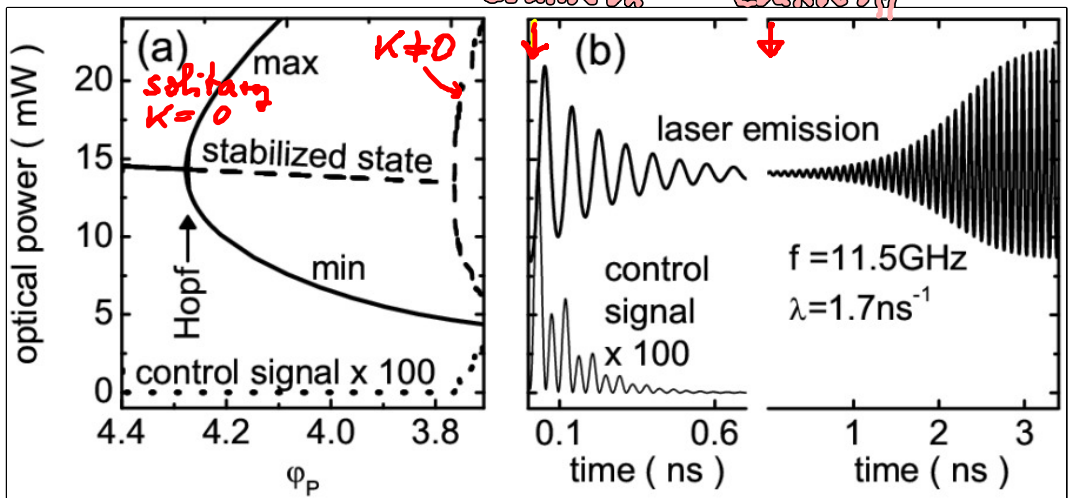
$$\text{char. Gl. } \lambda + K e^{\pm i\varphi} (1 - e^{-\lambda\tau}) = \lambda \pm i\omega$$

Schikora, Hövel, Würmde, Schöll, Henning, PRL 97, 243 902 (2006)



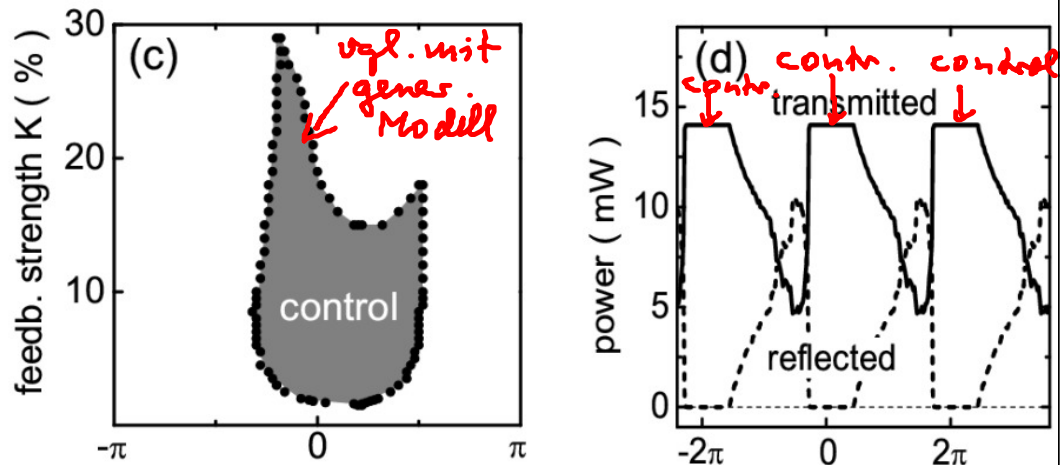
$\lambda = 0.2$

vgl. des generischen Modell mit detaillierterem Laser-Modell
 ("traveling wave model", PDE in 1D)



$\tau_L = \tau = 44.6 \text{ ps}$
 $R = 0.7$
 $\varphi_p = 4/15$

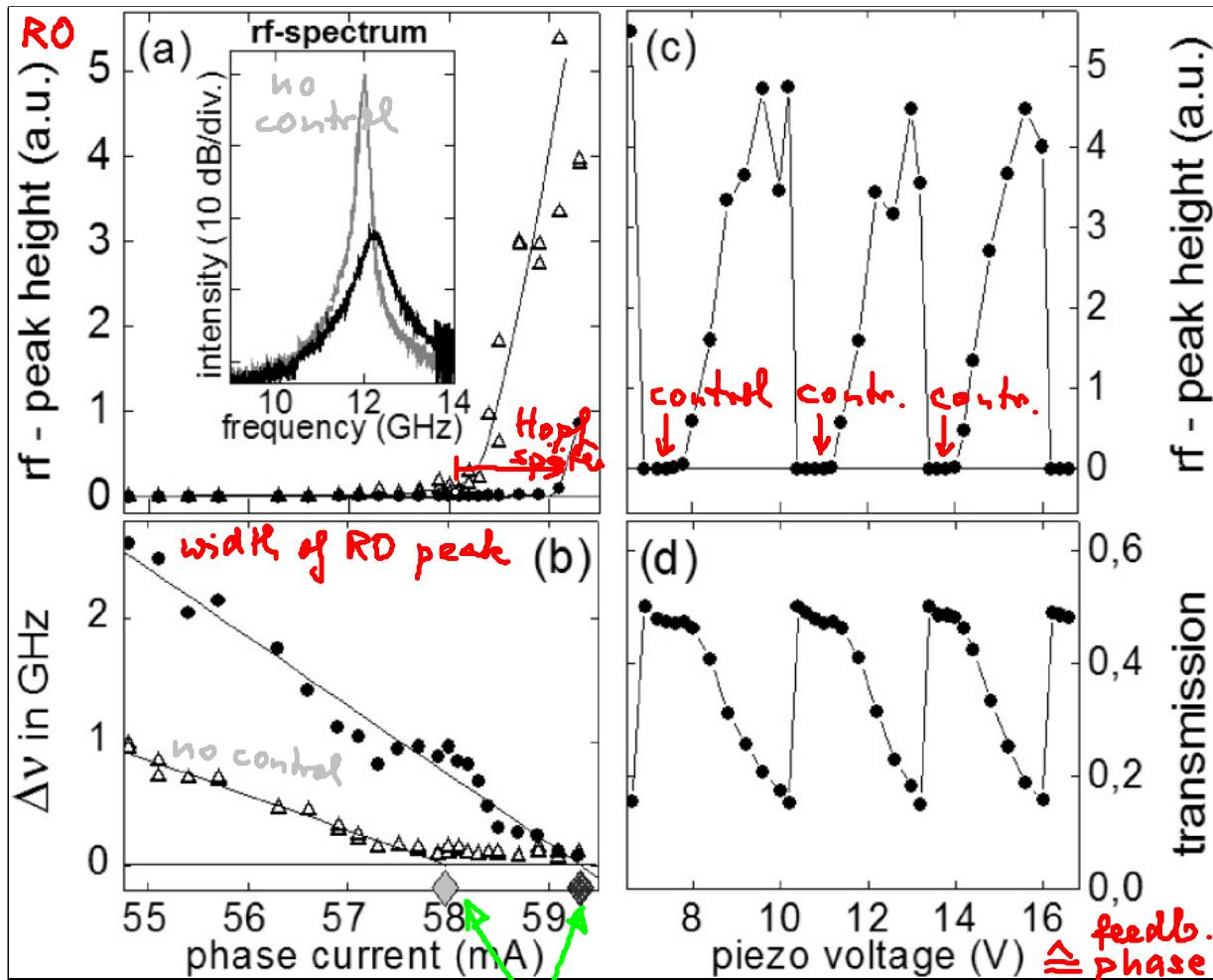
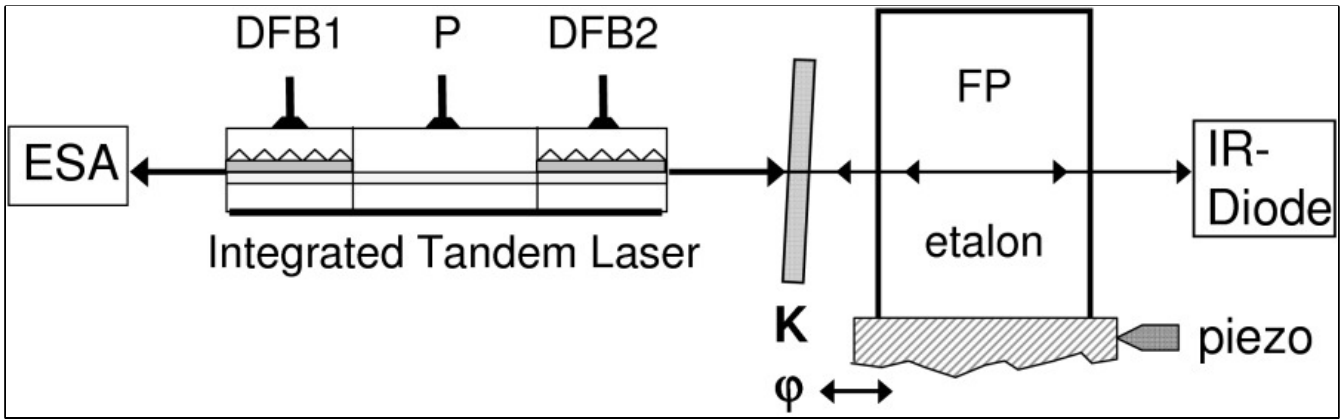
output transients



vgl. mit gener. Modell

contr. control

Ergebnisse aus dem Experiment :



reflekt. Intensität
 ↳ gute Übereinst. mit TD Modell
 ↳ transm. Intens.

≙ control par. Hopf

⇒ Fazit: rein optische Kontrolle des laserden Fixp. durch zeitverzögerte Rückkopplung!