

5.1.3 Laminar \leftrightarrow turbulenter Fluß

• zähe Flüssigk. sind schwer zu mischen:

→ Folien

Beobachtung. (1) Fluß stoppt sofort bei \underline{F} , $\underline{T} = 0 \rightarrow$ ↙ ordnet
→ Trägheit unwichtig

(2) $\left. \begin{array}{l} \underline{T} \rightarrow -\underline{T} \\ \underline{F} \rightarrow -\underline{F} \end{array} \right\}$ Aufgesenkt

(3) Reibung, Dissipation \leftrightarrow Reversibilität? (2.HS \checkmark ?)
nein: Zeitskala. Diffusion \rightarrow Fluß

(4) laminarer Fluß (Trägheit \ll Reibung)
Flüssigk. schichten gleiten übereinander

Turbulenz (Trägheit \gg Reibung): wenig viskose Flüssigk.
Kaffeetasse
kompl. Strömungsmuster

\Rightarrow Kritiken? Dimensionsanalyse!

5.1.4 Kritische Kraft

• isotrope, inkompressible Newtonsche Flüssigkeit: η, ρ

• Was heißt zäh/viskos?

$\left. \begin{array}{l} \eta \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right] \\ \rho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \end{array} \right\}$ keine einheitslose Zahl
 \rightarrow kein intrinsisches Maß für Viskosität

aber: kritische viskose Kraft:

$$\boxed{F_{\text{crit}} = \frac{\eta^2}{\rho}} \quad (5.16)$$

• äußerer Kraft F :

$$\frac{F}{F_{\text{krit}}} = \begin{cases} \ll 1, \text{ laminarer, viskoser Fluss} \\ \gg 1, \text{ Turbulenz} \end{cases} \quad (5.17)$$

• Beispiele:

H_2O : $F < 1 \mu N \rightarrow$ zähe Flüssigkeit in Nanowelt

Zelle: $F \approx 1 pN \rightarrow$ Reibung ist wichtig

• keine intrinsische Längenskala (außer Molekülgröße)

\rightarrow NS-Gln. sind skaleninvariant

$\hat{=}$ Physik ist auf allen Skalen die gleiche

\rightarrow Ähnlichkeitsprinzip: Auto \leftrightarrow Windkanal:



5.1.5 Reynoldszahl

• NS:
$$\rho \left(\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla \underline{v} \right) = - \nabla p + \eta \nabla^2 \underline{v} + \rho \underline{b} \quad (5.4)$$

mit $a \dots$ charakt. Länge

$v_0 \dots$ " Geschw.

\rightarrow Skalierung auf einheitenlosen Größen

$$x \rightarrow \tilde{x} = \frac{x}{a} \quad \}$$

$$\begin{aligned}
 v &\rightarrow \bar{v} = v/v_0 \\
 t &\rightarrow \bar{t} = t/a/v_0 \\
 p &\rightarrow \bar{p} = p/\frac{\gamma v_0^2}{a} \\
 b &\rightarrow \bar{b} = b/a/v_0^2
 \end{aligned}
 \quad (5.18)$$

$$\Rightarrow \text{Re} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} + \bar{v} \cdot \bar{\nabla} \bar{v} \right) = -\bar{\nabla} \bar{p} + \bar{\nabla}^2 \bar{v} + \text{Re} \bar{b} \quad (5.19)$$

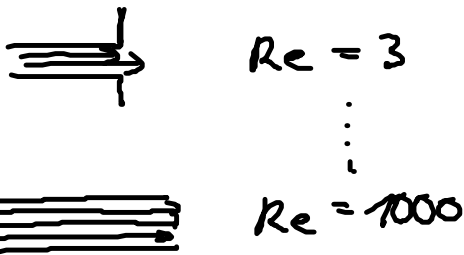
$$\text{Reynoldszahl } \text{Re} = \frac{\rho a v_0}{\eta} = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{viskose Reibungskräfte}} \quad (5.20)$$

\rightarrow Ähnlichkeitsprinzip:
 Systeme mit gleichem Re verhalten
 sich gleich ($\bar{b}=0$)

\cdot $\text{Re} < 1$... laminar, schlechter Fluß; Reibung dominiert
 $(\rho v \cdot \nabla v \ll \eta \nabla^2 v)$

$\text{Re} > 1$... Turbulenz, Trägheit dominiert

\cdot Übergang zur Turbulenz, real:



\cdot $\text{Re} \leftrightarrow F_{\text{hit}}$: konsistent?

$$\text{Re} < 1: \quad \frac{F_s \sim \eta a v_0}{F_{\text{hit}} \sim \eta^2 / \rho} = \frac{\rho a v_0}{\eta} = \text{Re}$$

$$\text{Re} > 1: \quad \frac{F_s \sim \rho \frac{v^2}{a} a^3}{F_{\text{hit}} \sim \frac{\eta^2}{\rho}} = \frac{\rho^2 v^2 a^2}{\eta^2} = \text{Re}^2$$

- Bsp: 30m Wal, $v_0 = 10 \frac{m}{s} \rightarrow Re \approx 3 \cdot 10^8$ \bigcirc
- 1µm Bakterie, $v_0 = 30 \frac{\mu m}{s} \rightarrow Re \approx 3 \cdot 10^{-5}$ \bigcirc

5.1.6 Zeitumkehr \leftrightarrow Dissipation

- Newton: $m \frac{d^2 \underline{x}}{dt^2} = F(\underline{x}) \quad \underline{x}(t) \text{ Lsg} \rightarrow \underline{x}(-t) \text{ Lsg}$
 $\hat{=} \text{Zeitumkehrinvarianz!}$



- NS-Gln: Reibsystem: $\eta \nabla^2 \underline{v} \rightarrow -\eta \nabla^2 \underline{v} \dots$ zerstört Zeitumkehrinvarianz
 \leftrightarrow Irreversibilität \leftrightarrow Dissipation

- laminarer Fluß: $Re \ll 1: \quad 0 = -\nabla p + \eta \nabla^2 \underline{v} + \rho \underline{b}$

Kinematrische
Reversibilität

$$\underline{v}(\underline{x}, -t) \text{ Lsg, falls } \left. \begin{array}{l} \nabla p(t) \rightarrow -\nabla p(t) \\ \underline{b}(t) \rightarrow -\underline{b}(t) \end{array} \right\} \text{vgl. Kap. 5.1.3}$$

- weitere Bsp: (1) $\frac{\partial c}{\partial t} - D \nabla^2 c = 0, \quad c(\underline{x}, -t) \dots$ keine Lsg

- (2) elastischer Festkörper: $\underline{u} \dots$ Verschiebungsfeld

$$\rho \frac{d^2 \underline{u}}{dt^2} = \underbrace{\mu \nabla^2 \underline{u}}_{\text{Schermodell}} + \underbrace{(\lambda + \mu) \text{grad div } \underline{u}}_{\text{Kompression}}$$

... Zeitumkehrinvarianz

- (3) allg: Viskoelastizität Bsp: Blut

5.2 Sedimentation