

5.3 Biologische Anwendungen

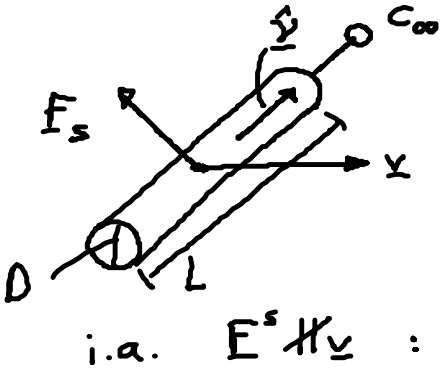
Vorlesung: Die. 19.11. fällt aus

5.3.1 Fortbewegung / Transport ($Re < 1$)

- Mikro-Organismen in H_2O : Fortbewegung \leftrightarrow periodische, nichtreziproke Gestaltänderung

Fig. 5.5

- reziproke Paddelbewegung \leftrightarrow keine Fortbewegung
- Einleitung: Stokesche Reibung eines Zylinders



$\frac{L}{D}$... Aspektverhältnis

$$\boxed{F_i^s = -\gamma_{ij} v_j} \quad (5.24)$$

γ_{ij} ... Reibungstensor

hier: invariant unter c_∞ & Spiegelungen

$$[\gamma_{ij} = \gamma_{kl} R_{ki} R_{lj} \dots \underline{R} \in \{c_\infty, \text{Spiegelung}\}]$$

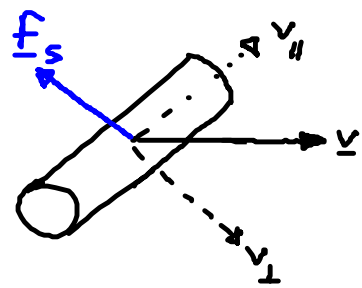
$$\Rightarrow \gamma_{ij} = \gamma_{\parallel} \hat{v}_i \hat{v}_j + \gamma_{\perp} (\delta_{ij} - \hat{v}_i \hat{v}_j) \hat{=} \begin{pmatrix} \gamma_{\perp} & 0 \\ 0 & \gamma_{\perp} & \gamma_{\parallel} \end{pmatrix}$$

$\underline{F^s} \parallel \underline{v} \parallel \hat{v}$ $\underline{F^s} \parallel \underline{v} \perp \hat{v}$

Bsp:

$$\frac{\gamma_{\perp}}{\gamma_{\parallel}} = \begin{cases} \frac{2}{3} & \text{für } \frac{L}{D} = 20 \\ \frac{1}{2} & \text{für } \frac{L}{D} \rightarrow \infty \end{cases}$$

$$\gamma_{\perp} > \gamma_{\parallel}$$



Bewegungsformen

(1) flexible Wimpern / Zilien:

$$L = 5-10 \mu\text{m}, D = 200 \text{nm}$$

Fortbew. von Zellen

fest verankert: Transp. von Flüssigkeit

(2) Bakterieller Flagellum $\hat{=}$ starrer, helikaler „Stab“ (Propeller für $Re < 1$)



Rotation \rightarrow Translation: Erklärung

abstrakt: $\underline{F}^s \leftrightarrow \underline{\omega}$?

lin. Beziehung: $\underline{F}_s = \gamma \underline{v} + \underline{C} \underline{\omega}$ (S.25)

???

\rightarrow Transformationsverhalten unter Inversion (Punktspiegelung)

$$(R_{ij} = -\delta_{ij})$$

polare Vektor: $\underline{F}_s, \underline{v} \rightarrow -\underline{F}_s, -\underline{v}$

\rightarrow Tensor: $\underline{\gamma} \rightarrow \underline{\gamma}$
(2. Stufe)

axialer Vektor: $\underline{\omega} \rightarrow \underline{\omega}$

$$\begin{pmatrix} -1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

$$\underline{C} \rightarrow -\underline{C} \quad (S.26)$$

Pseudotensoren

Bsp: $\underline{C} = C \underline{1}$

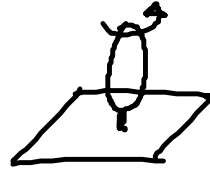
C... Pseudoskalar: $C = \pm 1$
für Rechts-/Linkschraube
eines axialen Objekts

Historie:

Berg/Andersen (1973): erste Erklärung (→ erster Rotationsmotor!)

Bestätigung: d (Flagellum) $\approx 20\text{nm}$ → Beobachtung?

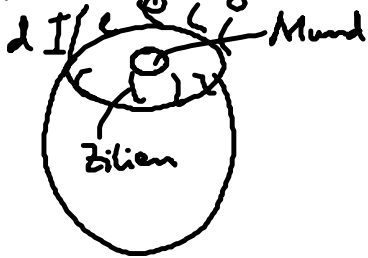
Silvermann/Siman:



⇒ Rotationsmotor: Juwel der Nanotechnologie

• Beispiele: Einfluß von $Re < 1$ auf Mikroorganismen!

(1) Bewegung ↔ Ruhe für Nahrungsaufnahme



Zeitskalen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Driftbeweg: } \frac{d}{v} \\ \text{Diffusion: } \frac{d^2}{D} \end{array} \right\}$$

$$Pe = \frac{\text{Diff.zeit}}{\text{Driftzeit}} = \frac{v \cdot d}{D}$$

Pecletzahl

Driftbeweg für $\boxed{\frac{d}{v} < \frac{d^2}{D}} \Rightarrow \boxed{v > \frac{D}{d}} \quad (5.28)$

Bsp: $d = 1\mu\text{m}$, $D = 1\frac{\mu\text{m}^2}{\text{ms}}$ → $v_0 = \frac{D}{d} = 1000\frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$

$$\left. \begin{array}{l} v(\text{Zilie}) \\ v(\text{Bakt.}) \end{array} \right\} < v_0 \frac{000}{000}$$

(2) E. coli: Zufallsweg mit Drift → pos. Nahrungsgradient ↔ Diffusion



$$\left. \begin{array}{l} v \approx 30\frac{\mu\text{m}}{\text{s}} \\ D \approx 1\frac{\mu\text{m}^2}{\text{ms}} \end{array} \right\} (5.28) \quad d > \frac{D}{v} \approx 30\mu\text{m} \checkmark$$

(3) $Re < 1$:

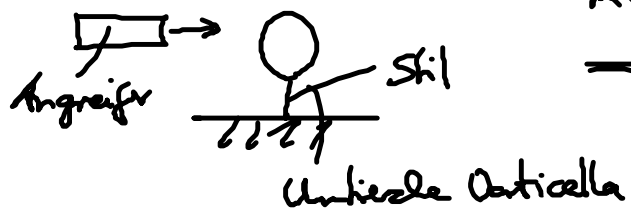
a)



Hier
Krebs Cyclobs

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \rightarrow 12\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ Re \rightarrow 500 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{jenseits} \\ \text{laminaire Fluß} \end{array}$$

b)



$Re < 1$: Angriffsv wird mitgezogen

⇒ schnelle Kontraktion

von 0,2 mm → 0,1 mm

$$v = \frac{50 \text{ mm}}{5}$$

= Spasmonema (schnellste Kontraktion im Tierreich)