


8.6 Selbstaggregation in der Zelle

8.6.1 Doppelschichtmembran

• SDS:  → Mizellen

Phospholipide:  → Doppelschichtmembran!

↳ Zellen, Organellen, Transport Vesikel

• Warum?

• Biegesteifigkeit: chem. Ursprung

Krümmungsenergie f pro Fläche?

(i) $a_{\text{head}} \rightarrow a_{\text{head}} + \Delta a$

→ Entwicklung: $f = \cancel{c_0} + c_1 \Delta a + c_2 \Delta a^2 \Rightarrow \frac{1}{2} k \Delta a^2$ (8.24)

Nullpkt. \uparrow
 $= 0$, da
 $\Delta a \neq 0 \hat{=} \text{Minimum}$

(ii) Δa ? Hauptkrümmungsradien R_1, R_2

"Strahlensatz:"
 $d \ll R_i$

$$\frac{a_{\text{head}}}{R_1 R_2} = \frac{a_{\text{head}} + \Delta a}{(R_1 + d)(R_2 + d)} \approx \frac{a_{\text{head}} + \Delta a}{R_1 R_2} \left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{R_1 + d} = \frac{1}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{d}{R_1}} \approx \frac{1}{R_1} \left(1 - \frac{d}{R_1}\right)$$

$$\longrightarrow \Delta a = 2 a_{\text{head}} d \frac{1}{R} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{(8.25) mittlere Krümmung}$$

Krümmungsenergie: (8.25) in (8.24) $f = \frac{1}{2} \kappa \Delta a^2$
 Energie pro Fläche [Gaußsche Krümmung: $\frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2}$]
 Flächenelement

$$(8.26) \quad F = \int \frac{1}{2} \kappa \frac{1}{R^2} dA, \quad \kappa = 4k (a_{\text{head}} d)^2 \dots \text{Biegekonstante}$$

... "Helfrich Hamiltonian"

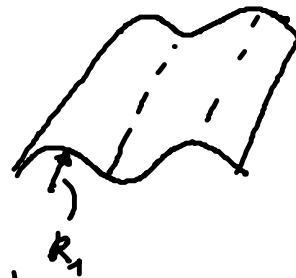
Abschätzung von κ : $\frac{1}{2} \kappa \frac{1}{R^2} \equiv \Sigma = 0.05 \text{ J/m}^2$
 $\frac{1}{R^2} \approx \frac{1}{(1.3 \text{ nm})^2}$ (z.B. Öl/Wasser) (Oberflächenspannung)

$$\longrightarrow \kappa = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

gemessen: $\kappa = 2,4 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 60 k_B T$ für DMPC

Bsp: $F(\text{Kugel}) = 2\pi \kappa \approx 400 k_B T$ unabh. von R !

Stabilität gegen therm. Fluktuationen:
 flache Membran: $A = 1000 \mu\text{m}^2$
 Welle mit $R_1, R_2 = \infty$



$$\implies F = \frac{1}{8} \kappa \frac{A}{R_1^2}$$

für $R_1 < 10 \mu\text{m} \implies F > 60 k_B T$!

dagegen: Zelldeformation bei Kriechen: $F \approx 300 k_B T \approx 12 \text{ ATP Moleküle}$
 ... biologisch sinnvoll

8.6.2 Protein filtering & Aggregation