

12. Nervenimpulse

- Nerven: Weiterleitung von Information \rightarrow Spannungs-Impulse wandern entlang Axon
- Problem: ohmsche Verluste
- Lösung: Nichtlinearitäten (vgl. Solitonen auf Wasseroberflächen)

12.1 Phänomenologie: Elektrophysiologie des Axons

- Aufgaben eines Nervens
- Spannungs-Impuls entlang Axon:
 - (i) schwache Anregung: \rightarrow Dämpfung innerhalb einiger mm
 - (ii) starke Anregung: jenseits Schwelle \rightarrow starkes Aktions-Potential (unabh. von Stimuli) = Nervenimpuls \rightarrow keine Dämpfung

12.2 Zell-Membran als elektr. Netzwerk: Telegraphen-Gl.

- passive / ohmsche Membran
- Membranstück: Fläche A
 - (i) eine Ionenart: \rightarrow Widerstand: $R_i = \frac{1}{g_i A}$
Strom: $I_i = j_i A$
Nernst-Sp.: V_i^N } Ersatzschaltbild
 - (ii) mehrere Ionenarten: Ersatzschaltbild
- vernachlässige Ionenpumpen: $V^0 \dots$ Membran-Pot. kurz nach Absinken der Ionenpumpe
- Rel.zeit (Dann-GG) \gg Ausbreitungszeit (Nerv. Impulses)

$$V^0? \quad \sum_i j_i = 0 \rightarrow \sum_i g_i (V^0 - V_i^N) = 0$$

$$\rightarrow \boxed{V^0 = \sum_i \frac{g_i}{g_{\text{tot}}} V_i^N, \quad g_{\text{tot}} = \sum_i g_i} \quad (12.1)$$

Werte: $V^0 \approx -67 \text{ mV}$ (vgl. Ruhepotential, -72 mV mit explizite Kanälen)
 $g_{\text{tot}} \approx 5 \frac{1}{\Omega \text{ m}^2}$

(iii) Kapazität: $C = AC_0$, $C_0 = 10^{-2} \frac{\text{F}}{\text{m}^2} \approx \frac{1 \mu\text{F}}{\text{cm}^2}$... Membranparameter

$$Q = CV \rightarrow I = C \frac{dV}{dt} \quad (12.2)$$

• Stromfluß entlang Membran: = Serienschaltbild von Zylindern

(i) Strom durch Membran:

$$0 \neq \frac{I_{\text{tot}}}{A} = \sum_i j_i g_i = \sum_i g_i (\Delta V - V_i^N)$$

$$\rightarrow \boxed{\Delta V = V^0 + I_{\text{tot}} R_r, \quad R_r = \frac{1}{g_{\text{tot}} A}} \quad (12.2)$$

(ii) Ersatzschaltbild: (1) κ ... elektr. Leitfähigkeit des Axoplasm

$$\rightarrow dR_x = \frac{1}{\kappa} \frac{dx}{\pi a^2} \quad (12.3) \quad a \dots \text{Axonradius}$$

$$(2) dR'_x \approx 0$$

$$\rightarrow V_1 = \text{const} = 0$$

$$V_2 = V(x) \quad [= \Delta V = V_2 - V_1]$$

(iii) Telegraphengleichung für Membranpotential $V(x)$:

$$- [I_x(x+dx) - I_x(x)] = - \frac{dI_x}{dx} dx \stackrel{!}{=} 2\pi a \left[j_{\text{gr}}(x) + C_0 \frac{dV}{dt} \right] dx$$

$$\& \quad I_x(x) = - \frac{\pi a^2 \kappa}{dx} [V(x + \frac{1}{2} dx) - V(x - \frac{1}{2} dx)] = - \pi a^2 \kappa \frac{dV}{dx}$$

$$\Rightarrow \boxed{\pi a^2 \kappa \frac{d^2 V}{dx^2} = 2\pi a \left(j_{\text{gr}} + C_0 \frac{dV}{dt} \right)} \quad (12.4) \quad \dots \text{Telegraphen Gl.}$$

(iv) Ohm: $j_{q,r} \stackrel{(12.2)}{=} g_{tot} (V - V^0) = g_{tot} \underbrace{v(x,t)}_{\text{reduziertes Membranpotential}}$

Skalierung! (12.5) $\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{Axon} = \sqrt{\frac{a x}{2 g_{tot}}} \dots \text{charakt. Länge} \\ \tau = \frac{C_0}{g_{tot}} \dots \text{charakt. Zeit} \end{array} \right\} \xrightarrow{(12.4)}$

$\lambda_{Axon}^2 \frac{d^2 v}{dx^2} - \tau \frac{dv}{dt} = v$ (12.6) ... lineare Telegraphen-Gl.

(v) Lösung: mit $v(x,t) = e^{-t/\tau} w(x,t)$

$\xrightarrow{(12.6)}$ $\frac{\lambda_{Axon}^2}{\tau} \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{dw}{dt}$ (12.7) ... Diffusionsgl.

$t=0 \dots \delta\text{-Impuls} \rightarrow v(x,t) = e^{-t/\tau} \frac{1}{\sqrt{\tau}} e^{-\frac{x^2}{4\tau}} \frac{1}{\lambda_{Axon}}$

... kein fortschreitender Impuls!!

$w(x,t)$



Werte: $a = 0.5 \text{ mm}$ $C_0 = 10^{-2} \frac{\text{F}}{\text{m}^2}$
 $g_{tot} = 15 \frac{1}{\Omega \text{m}^2}$ $\kappa = 3 \frac{1}{\Omega \text{m}}$ \rightarrow

\rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{Axon} \approx 12 \text{ mm} \rightarrow \text{„Diffusionslänge“} \\ \tau \approx 2 \text{ ms} \rightarrow \text{„Zerfallszeit“} \end{array} \right.$

\rightarrow Elektrotonus \checkmark

\rightarrow kein Aktionspotential \emptyset

\rightarrow kein Puls-Transport \emptyset

nichtlineare

Kopplg: $V^0 \leftrightarrow v$!!

12.3 Aktionspotential: vereinfachter Mechanismus

- Aktionspot.: (i) ab Schwellwert-Stimuli
(ii) fortlaufende Impuls
(iii) keine Dämpfung
- } System im Nicht-GG
→ ΔF → nutzbare Arbeit
& Dissipation

12.3.1 Medan. Analogon

- schwere, elast. Kette im Wellblechpotential [Fig. 12.5]

- Kinke = Soliton: → Gesch v ?

Rate für ΔU : $\underbrace{v \rho^{(0)} g \Delta h}_{\text{pot. Energie pro. Zeit}} = \underbrace{\gamma v^2}_{\text{Reibungs koef.}} \dots$ dissipierte Energie/Zeit (12.8)

$$\boxed{v = \frac{\rho^{(0)} g \Delta h}{\gamma}} \quad (12.9)$$

- Doppelkinke: → Schwellkraft: $F > F_s$

⇒ $\left. \begin{array}{l} \text{kont. gespeicherte Energie} \\ \text{Dissipation} \end{array} \right\} \text{anregbares Medium}$