

## 12.3 Aktionspotential: vereinfachter Mechanismus

### 12.3.1 Medan. Analogon

### 12.3.2. Geschichte

⇒ Ionenleitfähigkeiten ändern sich mit  $\Delta U = V$ :

ruhende Membran:  $g_{K^+} \approx 25 g_{Na^+} \approx 2 g_{Cl^-} \Rightarrow V \rightarrow V_{K^+}^N$

(Erinnung: Ohm-Gl.  $V = \sum_i \frac{g_i}{g_{tot}} V_i^N$ ,  $V \approx V_i^N$ ,  $g_i \approx g_{tot}$ )

Membran beim  
Max. des Aktionspotentials:  $g_{K^+} \approx 0.05 g_{Na^+} \approx 2 g_{Cl^-} \Rightarrow V \rightarrow V_{Na^+}^N$

• Erklärung?

### 12.3.3 Hypothese der Spannansteuerung

• Erinnerung: Telegraphengleichung (12.4):  $\pi a^2 \kappa \frac{d^2 V}{dx^2} = 2\pi a (j_{gr} + C_0 \frac{dV}{dt})$

• Impuls mit konstanter Geschl.:  $\rightarrow V(x,t) = \tilde{V}(t - \frac{x}{v})$

mit  $\frac{dV}{dx} = -\frac{1}{v} \frac{d\tilde{V}}{dt}$  in Gl. (12.4) v.. Pulsgeschw.

$$\rightarrow j_{gr} = \frac{a\kappa}{2v^2} \frac{d^2 \tilde{V}}{dt^2} - C_0 \frac{d\tilde{V}}{dt} \quad (12.10)$$

⇒ Messe:  $\tilde{V}(t, 0) \rightarrow j_{gr} \rightarrow$  "neg. Widerstand"

• Hodgkin & Huxley:

$$\boxed{\text{positive Rückkopplung: Depolarisation} \leftrightarrow g_{Na^+} \uparrow}$$

$$\Rightarrow \boxed{j_{gr} = \sum_i g_i(V) (V - V_i^N)} \quad (12.11) \quad \dots \text{einfache Hypothese der Spangansetzung}$$

Nichtlinearität!

### 12.3.4 Nichtlineare Telegraphengleichung

• vereinfachtes Modell für Nervenimpuls (Depolarisations-Puls) entlang Membran:

$$\boxed{g_{Na^+}(v) = g_{Na^+}^0 + Bv^2}, \quad v = V - V^0 \quad (12.12)$$

(i) nur  $Na^+$

(ii) kein Gedächtnis!  $\rightarrow$  12.4

(iii) Annäherung an realist. Form

$$\Rightarrow j_{gr} = \sum_i (V - V_i^N) g_i^0 + Bv^2 (V - V_{Na^+}^N)$$

$$\xrightarrow{E = V_{Na^+}^N - V^0} \boxed{j_{gr} = g_{tot}^0 v + Bv^2 (v - E)} \quad (12.13)$$

$$j_{gr} = 0 \Leftrightarrow v = 0, \quad v_{1/2} = \frac{1}{2} (E \pm \sqrt{E^2 - 4g_{tot}^0/B}) \dots \text{Fixpunkte}$$

• (12.4)  
mit  $v_1, v_2 = \frac{g_{tot}^0}{B}$

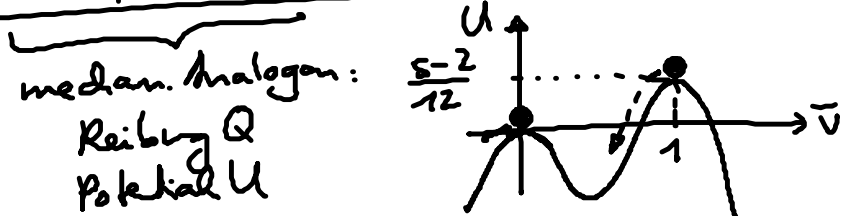
$$\boxed{\lambda_{axm}^2 \frac{d^2 v}{dx^2} - \tau \frac{dv}{dt} = \underbrace{\frac{v(v-v_1)(v-v_2)}{v_1 v_2}}_{\tilde{j}_{gr}}} \quad (12.14) \dots \text{nichtlineare Telegraphen-Gl.}$$

• Impuls mit Geschw.  $v$ :  $v(x,t) = \tilde{v}(t - \frac{x}{v})$

$$\xrightarrow{(12.14)} \left(\frac{\lambda_{axm}}{v}\right)^2 \frac{d^2 \tilde{v}}{dt^2} - \tau \frac{d\tilde{v}}{dt} = \frac{\tilde{v}(\tilde{v}-v_1)(\tilde{v}-v_2)}{v_1 v_2} \quad (12.15)$$

• Dimensionslose Größe:  $\bar{v} = \frac{\tilde{v}}{v_2}, \quad \gamma = -\frac{\tau v}{\lambda_{axm}}, \quad s = \frac{v_2}{v_1} > 1, \quad Q = \frac{\tau v^2}{\lambda_{axm}}$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{v}}{dy^2} &= -Q \frac{d\bar{v}}{dy} + s\bar{v}^3 - (1+s)\bar{v}^2 + \bar{v} \\ &= -Q \frac{d\bar{v}}{dy} - \frac{dU}{d\bar{v}}, \quad U = -\frac{s}{4}\bar{v}^4 + \frac{1+s}{3}\bar{v}^3 - \frac{1}{2}\bar{v}^2 \end{aligned} \quad (12.16)$$



• stabile Lsg:  $Q \sim \sqrt{s}$  so, daß  $\bar{v} = 0 \rightarrow \bar{v} \rightarrow \bar{v} = 1 \leq v_2$  für  $y \in [0, \infty)$   
 $\leq t \in [-\infty, 0]$

o.B. Lsg.:  $\bar{v}(y) = (1 + e^{\sqrt{\frac{s}{2}} y})^{-1}$

mit  $Q = \frac{2}{\lambda_{\text{axon}} t} = +\sqrt{\frac{2}{s}} \left(\frac{s}{2} - 1\right)$

... Fortlaufende „Puls“ mit Geschw.  $\dot{v} \sim \frac{\lambda_{\text{axon}}}{2} \sim \sqrt{\frac{a}{q}}$   
 $\approx 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 Axonradius  
 $\rightarrow$  Exp.

## 12.4 Hodgkin-Axley-Mechanismus & molekulare Details

• Abfall des Aktionspotentials?

### 12.4.1 Reale Ionen-Leitfähigkeiten

• experimentelle Details:

(i) homogenes Potential

(ii) festes Potential  $\rightarrow j_q$

(iii) Beobachtung von  $j_{q_i}$ : wähle  $c_j$  so, daß  $V - V_j^N = 0, i \neq j$

• Resultate:

$$\rightarrow g_i = g_i(V, t) \rightarrow j_{q_i}(t) = j_{q_i}[V(t')], \quad t' \leq t$$

$\rightarrow$  Telegraph-Gl.  $\rightarrow$  Aktionspotential

• Aktionspotential entlang Membran, Zell: liefert nur Konz.gefälle  $f = \text{Ionen!}$

### 12.4.2 Ionenkanäle

