# Theoretische Physik V : Quantenmechanik II

Übungen : Julia Kabuß
Wassilij Kopylov
Marten Richter

VL-Beginn 08:30 Di, Do

ÜA-Abgabe spätestens Do $8^{25}$ in der Vorlesung

→ erste ÜA : 2 Wochen Zeit, dann wöchentlich

Scheinkriterium: Übungsaufgabe 50% Punkte

Sprechstunde A. K. $13-14^{00}$ Dienstag

## I Ziel der Vorlesung, Wiederholung

### 1. „Struktur" Theoretische Physik

Quantenwelt $\qquad$ $\underbrace{\text{Standardmodell} \qquad\qquad}$ $\qquad$ klassische Welt

Moden des Schrödingerfelds

einheitliche Beschreibg. v. Teilchen und Wellen „Quantenfeldtheorie" auch relativistisch

Moden d. elektrisch. Felds

Einteilchen QM: langsame Teilchen Teilchenwellen

klassische Elektrodynamik, relativistische Mechanik Wellenfelder

atomare Skala

Mechanik: Begriffe: Teilchen, Feld

relativistische Verallgemeinerg.

## relativistische Energie-Impulsbeziehung

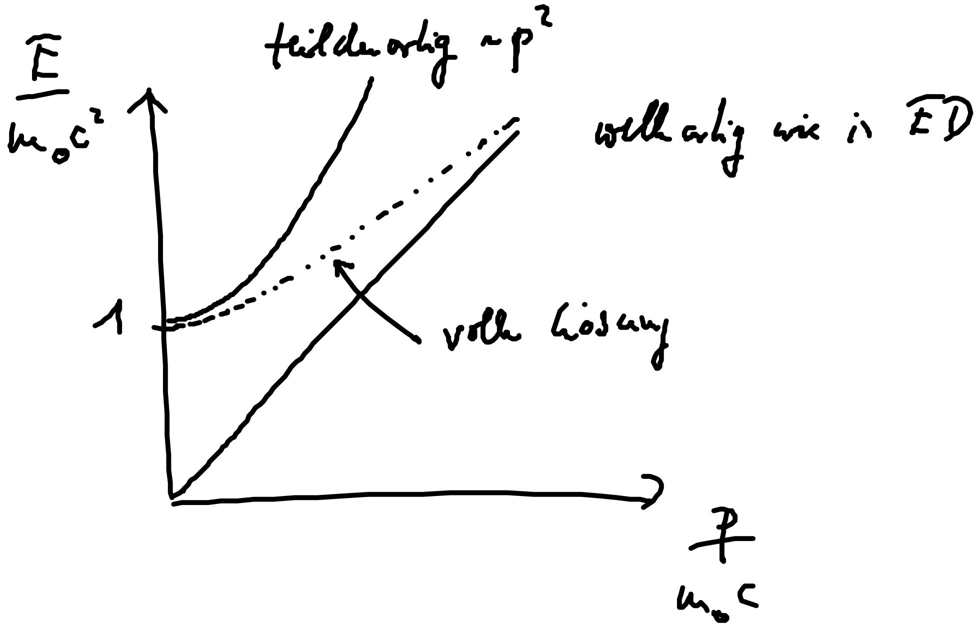
Newton $\sim p^2$

$$E(p) = \left(m_0^2 c^4 + c^2 p^2\right)^{1/2} \approx \begin{cases} m_0 c^2 + \frac{p^2}{2 m_0} & \text{für } p \ll m_0 c \\ cp & \text{für } p \gg m_0 c \end{cases}$$

Impuls $p$ vergleich mit Ruheimpuls $m_0 c$

ultrarelativistisch $\sim p$

die Gleichg. interpoliert zwischen 2 Verhalten (Dispersion):




$$\left.\begin{array}{l} E = \hbar\omega \\ p = \hbar k \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Licht:} \\ \omega = ck \\ \hat{=} \\ E = cp \end{array}$$

echtes Verständnis d. Welle – Teilch. Dualismus nur im Rahmen einer relativistischen Theorie

## 2. Historische Kommentare

QM I:

M. Planck — Wirkungsquantum, schw. Strahler

A. Einstein — Lichtquantenhypothese, $\boxed{\text{Quantenoptik}}$

N. Bohr, A. Sommerfeld — halbklassische Theorie, $\boxed{\text{Atommodelle}}$

W. Heisenberg — Matrizenmechanik $\boxed{\text{Feldquantisierung.}}$

E. Schrödinger — Wellenmechanik $\boxed{\text{Verschränkung}}$

W. Pauli — $\boxed{\text{Spin-Statistik Theorem}}$ Spin

P. Dirac (1902–1984) abstrakte Formulierung

O. Klein / W. Gordon $\boxed{\text{relativistische Wellengl. f. Spin } 1/2}$ Spin 0

E. Wigner (1902–1995) $\boxed{\text{Symmetrieüberlegungen, Quantenfeldtheorie}}$ Kettenreaktion

V. Weißkopf (1908 - 2002) — Linienbreite d. Atomspektren

W. Lamb (1913 - 2008) — H-Feinstruktur, Lambshift

R. Glauber (1925 geb.) — Zustände Strahlungsfeld

R. Feynman (1918 - 1988) — Quantenelektrodynamik — Feynmangraphen

P. Higgs (1929 geb.) — Masse d. Symmetriebrechung.

D. R. Hartree (1897 - 1958)
W. A. Fock (1898 - 1974) — Elektronenstruktur d. Atome

Hartree-Fock Gleichungen

## 3. Stichworte zum Inhalt

- einheitliche Beschreibg. Teilchen + Feld im relativistischen und nichtrelativistischen Bereich
- Moden eines Quantenfelds: Elektron, Photon, Phonon ...
  (Methode 2. Quantisierg.)
- Vielteilchenzustände, Verschränkung und Teleportation
- offene dissipative Quantensysteme, insbesond. Quantenoptik
- relativistische Wellengleichungen
- Streutheorie, Feynmandiagramme, Higgsmechanismus

# 4. Stand bisherige QT

a) Zustand eines Systems $|\psi(t)\rangle$ (ket)

Superpositionsprinzip v. mgl. Zuständen

äquivalent Beschreibung $\langle\psi(t)|$ (bra)

$\exists$ Skalarprodukt $\langle\psi_1|\psi_2\rangle$

speziell : $\langle\psi|\psi\rangle = 1$ (Wahrscheinlichkeit)

$$\underbrace{|\psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t)\,|n\rangle}_{\text{Aufspannen eines Zustands}}$$

Entwicklungskoeffizient :

$c_n = \langle n|\psi\rangle$

$$\underbrace{\underline{A}\,|n\rangle = a_n\,|n\rangle}_{\text{Eigenwertproblem f. hermitesche Operatoren}}$$

$\{|n\rangle\}$ : vollständig

$\langle n|m\rangle = \delta_{nm}$ orthonormiert

Lsg. d. Vertauschungsrelationen

Ortsraum : $\langle\vec{r}|\psi\rangle \equiv \psi(\vec{r},t)$

Eigenzustand
Ortsoperators

$$\Psi(\vec{r},t) = \sum_n c_n \underbrace{\langle r | n \rangle}_{\varphi_n(\vec{r})}$$

## b) Messungen

(i) eine Messung an $|\Psi\rangle$ : $a_n$ : mgl. Messwerte, mit Wahrsch. $|c_n|^2$

$$|\Psi\rangle \xrightarrow[\text{Messg.}]{} |n\rangle$$

(ii) viele Messungen

$$\langle \underline{A} \rangle = \langle \Psi | \underline{A} | \Psi \rangle = \sum_n |c_n|^2 a_n \quad \text{Mittelwert}$$

$$\langle (\Delta \underline{A})^2 \rangle = \langle \underline{A}^2 \rangle - \langle \underline{A} \rangle^2 \quad \text{Abweichg.}$$

(iii) verschieden Observable $\underline{A}, \underline{B}$

allg. Unschärfe $\quad \Delta A = \sqrt{\langle \Delta \underline{A}^2 \rangle}$

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{1}{2} \left| \langle \underbrace{[\underline{A}, \underline{B}]}_{} \rangle \right|$$

ungestört messbar
wenn $[\ ,\ ] = 0$

## c) Darstellung v. Operatoren

Identität $\underline{1} = \sum_n |n\rangle\langle n|$

$$\underset{\underline{1}}{\uparrow}\,\underset{\underline{1}}{\underline{B}}\,\underset{\uparrow}{} = \sum_{n,m} |n\rangle \underbrace{\langle n|B|m\rangle}_{B_{nm}} \langle m| = \sum_{n,m} B_{nm} \underbrace{|n\rangle\langle m|}_{\text{Flipoperator}}$$

## d) Dynamik

(i) Schrödingergl. $\quad i\hbar\,\partial_t |\psi\rangle = \underline{H}|\psi\rangle$

(ii) Ehrenfestgleichung: Gleichg. f. d. Mittelwert

$$\underbrace{i\hbar \frac{d}{dt}\langle \underline{A}\rangle}_{\text{zeitliche Veränderg. von } \langle \underline{A} \rangle} = \langle \underbrace{[\underline{A},\underline{H}]}_{\neq 0 \text{ führt zu Dynamik}} \rangle$$

$\underline{A}$ ohne explizite Zeitabhängigkeit

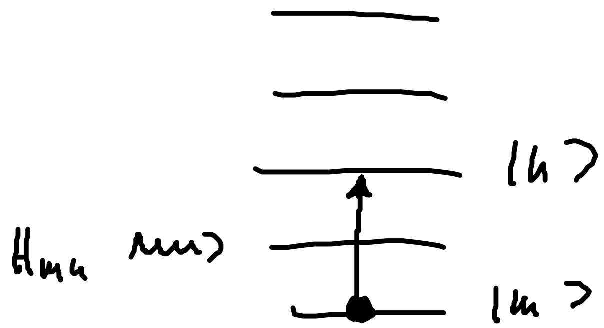
$$|\psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t)\,|n\rangle$$

↑ Dynamik in $c_n(t)$

durch einsetzen in Schrödingergl. v. $|\psi(t)\rangle$

$$\dot{c}_m(t) = -\frac{i}{\hbar}\sum_n \langle m|\underline{H}|n\rangle\, c_n(t)$$

Interpretation $c_m^*(t)\, c_m(t) \;\hat{=}\;$ Wahrscheinlichkeit System in $|m\rangle$ zu finden




$\uparrow$ $c_n^*(t)\, c_m(t) \;\hat{=}\;$ Übergangs-wahrscheinlichkeitsamplitude

## e/ Bsp. harmonischer Oszillator

$$H(x,p) \longrightarrow \underline{H} = \frac{\underline{P}^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \underline{x}^2$$

klass. Mechanik

$$\underbrace{+ \text{ Vertauschungsrelation } \quad [x_i, p_j] = i\hbar\, \delta_{ij}}_{\text{damit Problem definiert + kann gelöst werden}}$$

__Lösg.__: neue Operatoren $a^+, a$ linear aus $\underline{x}, \underline{P}$

$a^+$: Erzeuger, $a$: Vernichter eines Quants

$$\underline{H} = \hbar\omega \left(a^+ a + \frac{1}{2}\right) \quad \text{mit} \quad \underbrace{[a, a^+]}_{a a^+ \underset{+}{-} a^+ a} = 1$$

$-$ ← Bosonen

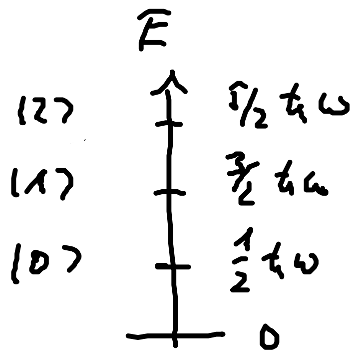
$+$ ← später f. Fermionen

Eigenwertproblem

$$\underline{H}\,|n\rangle = \varepsilon_n\,|n\rangle$$

Energie: $\varepsilon_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) \quad (n = 0, 1, 2 \cdots)$

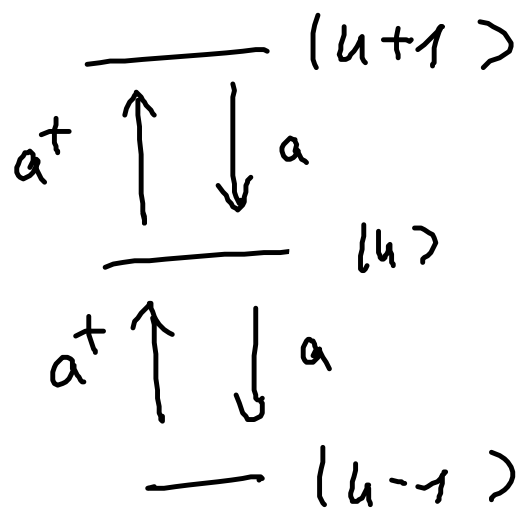
Zustände: $|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}}\,(a^+)^n\,|0\rangle$




↑ angeregte Zustände

Grundzustand

Leiteroperatoren - Bedeutung:




$$a^+|n\rangle = \sqrt{(n+1)}\,|n+1\rangle$$

$$a|n\rangle = \sqrt{n}\,|n-1\rangle$$