6.4.2. Fockzustand

klassische Dipoldichte / Strom $= 0$

klassische Elektrodynamik $\longrightarrow$ $E = 0$

aber Gegenbsp: Atom — $\langle a_2^\dagger a_2 \rangle \neq 0$

— $\langle a_1^\dagger a_1 \rangle = 0$

Dipol $\propto \langle a_1^\dagger a_2 \rangle = 0$

trotzdem erfolgt Zerfall und Photonabstrahlung

Emission eines Photons aus diesem Zustand

$\underline{\langle E \rangle = 0}$, aber $\underline{\langle I \rangle \neq 0}$

Intensität proportional zu $\langle c^\dagger c \rangle = \langle c^\dagger \rangle \langle c \rangle$

$\sim \langle E \rangle = 0$

Zustand in dem $\langle c^\dagger c \rangle \neq 0$ ist, $\langle c^\dagger \rangle = 0$

Nummernzustand / Fockzustand: Eigenzustand zu $c^\dagger c$

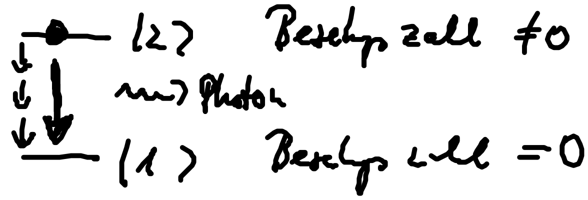
$$c^+ c\, |n_0\rangle = n_0\, |n_0\rangle$$ n_0 Photon im System

$n_0 = 0, 1, 2 \dots$

Bemerkg.:

a) $|n_0\rangle$ ist Zustand fester Photonzahl n_0, $\Delta n^2 = 0$

b) Energ.:

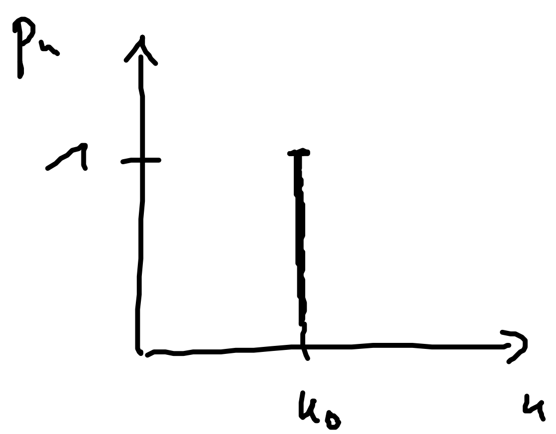


Charakteristika.

(i) Photonverteilung

$|C_n|^2 = p_n$ – Wahrscheinlichkeit n Photon im Zustand $|n_0\rangle$ zu finden

$$|n_0\rangle = \sum_n C_n |n\rangle \quad \to \quad C_n = \delta_{n n_0}$$



(ii) Photonzahl und Schwankung d. Photonzahl

$\langle \underline{n} \rangle = \langle c^+ c \rangle = \langle n_0 | c^+ c | n_0 \rangle = \langle n_0 | n_0 | n_0 \rangle = n_0$

→ Erwartungswert liefert genau n_0 Photonen

$$\Delta n^2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$$

$$\langle n^2 \rangle = \langle n_0 | \underbrace{c^+ c\, c^+ c}_{\underline{n}^2} | n_0 \rangle = \langle n_0 | c^+ c\, n_0 | n_0 \rangle = n_0^2$$

→ Schwankung $\Delta n^2 = n_0^2 - n_0^2 = \underline{\underline{0}}$

Der Fockzustand $|n_0\rangle$ ist ein Zustand fester Photonenzahl

(iii) Feld und Feldschwankung (ÜA)

$$\langle E \rangle = \langle n_0 | i g_k \xi_k(\vec{r})\, c(t) + h.a. | n_0 \rangle = 0$$

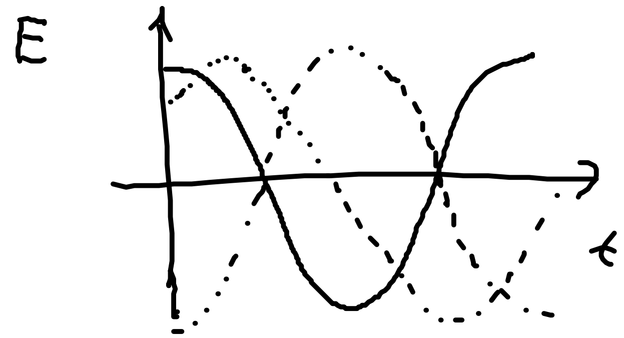
Das Feld verschwindet.

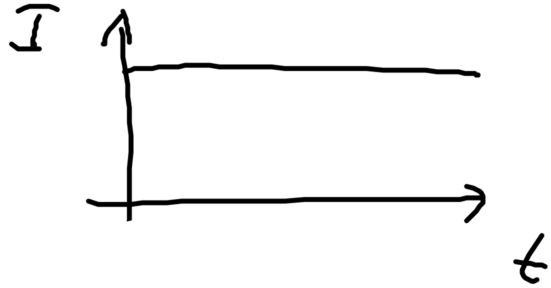
$$\Delta E^2 = \langle E^2 \rangle = \frac{\hbar \omega}{2 \varepsilon_0 V} (2 n_0 + 1)$$

Schwankung d. E-Felds proport. Zahl der Photonen

trotz $\langle E \rangle = 0$ wird im Exp. $\langle E^- E^+ \rangle \sim n_0$ gefunden

Ein mit Vorsicht zu genießendes klassisches Modell





Überlagerung vieler verschied. Phase mit derselben Feldamplitude gibt 0

endlicher Wert der Intensität

$$\langle E \rangle_{\substack{\text{Phase}\\ \text{klassisch}}} = \int_0^{2\pi} E\, e^{i\varphi}\, p_\varphi\, d\varphi \qquad \langle I \rangle = \int_0^{2\pi} E^* \underline{e^{-i\varphi}}\, E\, \underline{e^{i\varphi}}\, p_\varphi\, d\varphi$$

Wahrscheinlichkeit System in Phase φ zu finden

$$= E^* E \neq 0$$

$$p_\varphi = \frac{1}{2\pi} \text{ f.}$$

Gleichverteilung

$$= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\varphi}\, E$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\, e^{i\varphi} \Big|_0^{2\pi} E$$

$$\underline{\underline{= 0}}$$

Die Phase bei der atomaren Emission ist völlig unbestimmt

Konstruktion einer Unschärfe $\Delta n \cdot \Delta \varphi \geq \frac{1}{2}$ heuristisch!

$$\underset{=0}{\Delta n} \cdot \underset{\to\infty}{\Delta \varphi}$$

eigentlich müßte man die Unschärfe aus einem Kommutator berechnen $[\underline{c}^+\underline{c}, \underline{\varphi}] \neq 0$

müßte definiert werden

(Quantenoptik)

6.4.3 Thermisches Licht

Statistik VL: Planckstrahlg.

bei uns 1 Mode

im Wärmebad

$$\rho_{th} = \frac{1}{Z} e^{-\beta \underline{H}_0} = \frac{1}{Z} e^{-\beta \hbar\omega c^+ c}$$

statist. Operator $\qquad \beta = \frac{1}{kT}$

mittlere Photonenzahl mit Energie $\hbar\omega$

$$\langle \underline{n} \rangle = \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega}-1} = \mathrm{sp}\,(\rho_{th}\,\underline{n})$$

$\uparrow$ Sk. Licht

$$\langle \psi | \underline{O} | \psi \rangle \longrightarrow \sum_n \langle n | \rho_{th}\, \underline{O} | n \rangle$$

<u>Bemerkungen</u>:

a) Licht das mit Umgebg. ww (Ensemble!) und dadurch viele Photonenzüge emittiert wird chaotisches Licht genannt.

thermisches Licht = Planck = Spezialfall v. chaotische Licht

<u>math. Def</u>: Intensitätsfluktuation (Δn) ist größer als beim Glauberzustand

b) $\langle n \rangle$ ist durch die Boseverteilg. gegeben

c) Zustandssumme ist:

$$Z = sp\left(e^{-\beta \underline{H}}\right) = \sum_n \langle n| e^{-\beta\hbar\omega c^+ c} |n\rangle$$

$$= \sum_n \langle n| e^{-\beta\hbar\omega n} |n\rangle = \sum_n e^{-\beta\hbar\omega n}$$

aus $c^+ c|n\rangle = n|n\rangle$

$$(c^+ c)^2 |n\rangle = n^2 |n\rangle$$

geometrische Reihe $= \dfrac{1}{1 - e^{-\beta\hbar\omega}} = Z$

(i) Photonverteilung

Wahrscheinlichkeit System in Zustand n zu finden

$$\langle n|\rho_{th}|n\rangle = \frac{1}{Z}\langle n| e^{-\beta\hbar\omega c^+ c} |n\rangle = \frac{1}{Z} e^{-\beta\hbar\omega n}$$

$Z_1 \, e^{-\beta\hbar\omega n}$ als Funktion v. $\langle n \rangle$ ausdrücken

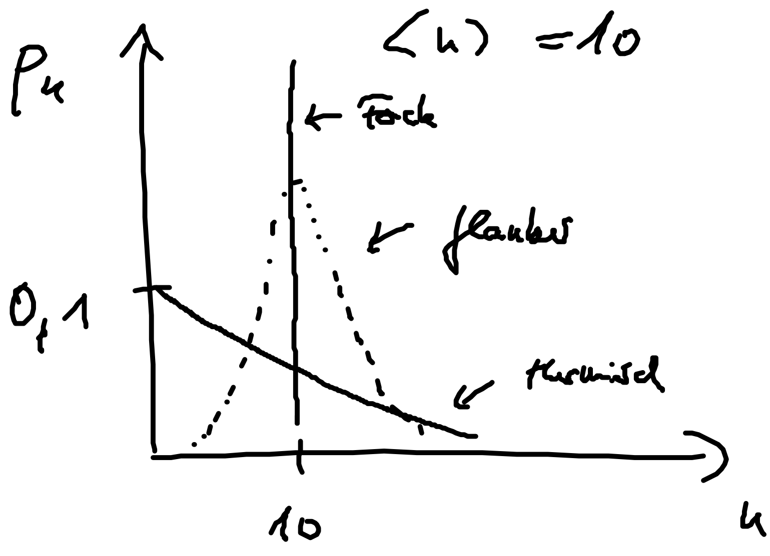
$$Z = \frac{1}{1-e^{-\beta\hbar\omega}} = \frac{e^{\beta\hbar\omega}}{e^{\beta\hbar\omega}-1} = \frac{(e^{\beta\hbar\omega}-1)+1}{e^{\beta\hbar\omega}-1}$$

$$= 1 + \langle n \rangle$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega}-1} \rightarrow e^{-\beta\hbar\omega} = \frac{\langle n \rangle}{\langle n \rangle + 1}$$

$$\boxed{\rho_n = \frac{1}{\langle n \rangle + 1} \left(\frac{\langle n \rangle}{\langle n \rangle + 1} \right)^n} \equiv p_n$$

Verteilung f. thermisches Licht



(ii) Photonzahl u. Schwankung

Photonzahl : Boseverteilung

Schwankung $\Delta n^2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$

$$\langle n^2 \rangle = \sum_n \langle n | c^\dagger c \, c^\dagger c \, \frac{e^{-\beta \hbar \omega c^\dagger c}}{Z} | n \rangle$$

$$= \frac{1}{Z} \sum_{n=0}^{\infty} n^2 e^{-\hbar \omega \beta n}$$

$$= \langle n \rangle + 2 \langle n \rangle^2$$

$$\boxed{\Delta n^2 = \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle}$$

Fock: $\Delta n^2 = 0$

Glauber: $\Delta n^2 = \langle n \rangle$

Photonzahlschwankg. f. thermischen Zustand

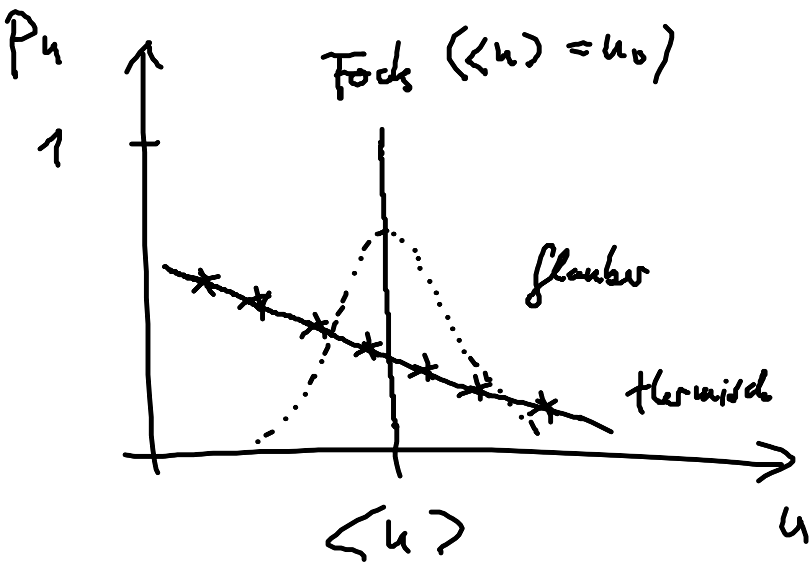
thermischer Zustand hat höhere Fluktuation als Glauber, Fock bei gleichem $\langle n \rangle$, also gleicher Intensität.

(iii) Feld u. Feldfluktuation (ÜA)

$$\langle E \rangle = 0$$

$$\langle E^2\rangle = |g_k|^2 \left(2\frac{\langle n\rangle}{\langle n\rangle+1}+1\right) >$$ Fluktuation in Glauberzustand ($|g_k|^2$)

6.5. Klassifizierung d. statistischen Eigenschaften



Glauber ist Vergleichszustand: $\Delta n = \sqrt{\langle n\rangle}$ Poissonlicht

wenn $\Delta n < \sqrt{\langle n\rangle}$ „Subpoissonlicht" **Bsp**: Fock

$\Delta n > \sqrt{\langle n\rangle}$ „Superpoissonlicht" **Bsp**. thermisch

Super und Poissonlicht kann man klassisch verstehen

Subpoissonlicht nicht!

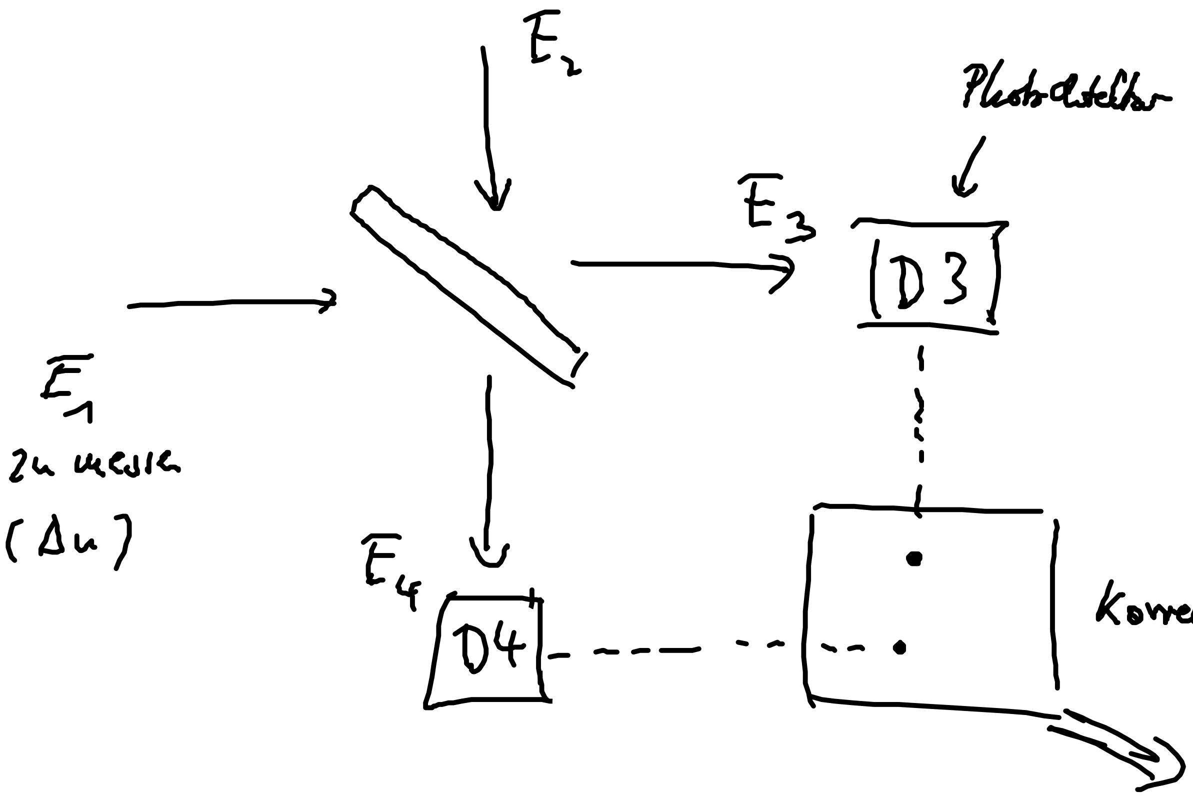
Stichwort „Einzelphotonemitter".

P_n ist schwer zu messen.

deshalb ausreichend mit Δn zu beschäftigen.

kann Δn in Exp. gemessen werden?

Hanbury Brown – Twiss Exp., siehe Tutorium



Signal

$\langle n_3(t)\, n_4(t+\tau) \rangle$

1/ Strahlteiler 50/50

2/ 2 Ausgangsfelder werden detektiert

3/ D3, D4 werden elektronisch miteinander verbunden

D3 : Klick zur Zeit t <u>UND</u>

D4 : Klick zur Zeit $t+\tau$

Signal $\neq 0$ wenn Photon 3 zur Zeit t UND
Photon 4 zur Zeit $t+\tau$

$$\text{Signal} = \frac{\langle n_3(t)\, n_4(t+\tau)\rangle}{\langle n_3(t)\rangle \langle n_4(t+\tau)\rangle} \qquad \text{HBT Signal}$$

Info zu Feld 1 ist codiert in 3, 4

<u>Voraus</u>:
- 50/50 Strahlteiler $3,4 \leftrightarrow 1,2$
- $|\psi\rangle_{1/2} = |0\rangle_2 \, |\varphi\rangle_1 \leftarrow$ zu vermessen

  Vakuumzustand
- $\tau = 0$

n im Zustand 1

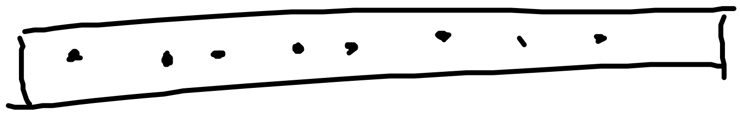
$$\text{Signal } g_2(t) = 1 + \frac{\Delta n^2 - \langle n\rangle}{\langle n\rangle^2}$$

Poisson: $\Delta n^2 = \langle n\rangle \rightarrow \underline{g_2 = 1}$

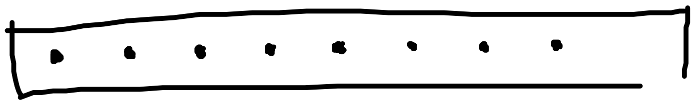
Fock: $\Delta n^2 = 0 \rightarrow g_2 = 1 - \frac{1}{\langle n\rangle}$

1 Photonzustand $\underline{g_2 = 0}$

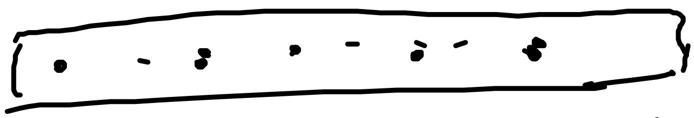
thermisch: $\Delta n^2 = \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle \longrightarrow \underline{g_2 = 2}$



Poisson zufällig



Einphoton antibunching



thermisch Klumpung (Bunching)

$$g_2 \sim \frac{\langle c^+ c^+ c c \rangle}{\langle c^+ c \rangle^2}$$