6.4.2. Fockzustand

klassische Dipoldichte / Strom $= 0$

klassische Elektrodynamik $\longrightarrow$ $E = 0$

aber Gegenbsp: Atom

$$\langle a_2^\dagger a_2 \rangle \neq 0$$

$$\langle a_1^\dagger a_1 \rangle = 0$$

Dipol $\propto \langle a_1^\dagger a_2 \rangle = 0$

trotzdem erfolgt Zerfall und Photonabstrahlung

Emission eines Photons aus diesem Zustand

$\langle E \rangle = 0$, aber $\langle I \rangle \neq 0$

Intensität proportional zu $\langle c^\dagger c \rangle = \langle c^\dagger \rangle \langle c \rangle$

$\sim \langle E \rangle = 0$

Zustand in dem $\langle c^\dagger c \rangle \neq 0$ ist, $\langle c^\dagger \rangle = 0$

Nummernzustand / Fockzustand: Eigenzustand zu $c^\dagger c$

$c^+ c \, |n_0\rangle = n_0 \, |n_0\rangle$ n_0 Photon im System

$n_0 = 0, 1, 2 \dots$

Bemerkg.:

a) $|n_0\rangle$ ist Zustand fester Photonzahl n_0, $\Delta n^2 = 0$

b) Energg.!

$|2\rangle$ Besetzungszahl $\neq 0$

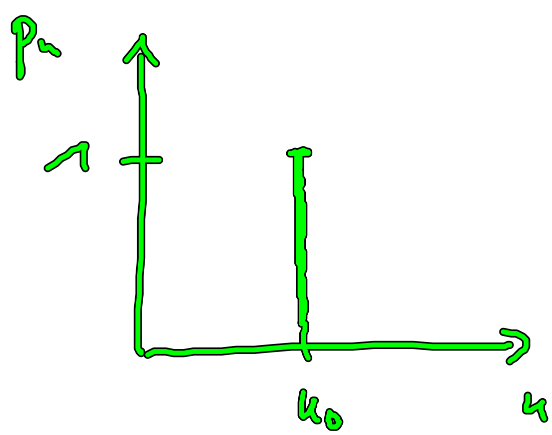
$|1\rangle$ Besetzungszahl $= 0$

Charakterisierung.

(i) Photonverteilung

$|c_n|^2 = p_n$ - Wahrscheinlichkeit n Photonen im Zustand $|n_0\rangle$ zu finden

$$|n_0\rangle = \sum_n c_n \, |n\rangle \quad \to \quad c_n = \delta_{n n_0}$$



(ii) Photonzahl und Schwankung d. Photonzahl

$$\langle \underline{n} \rangle = \langle c^+ c \rangle = \langle n_0 | c^+ c | n_0 \rangle = \langle n_0 | n_0 | n_0 \rangle = n_0$$

→ Erwartungswert liefert genau n_0 Photonen

$$\Delta n^2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$$

$$\langle n^2 \rangle = \langle n_0 | \underbrace{c^+ c\, c^+ c}_{\underline{n}^2} | n_0 \rangle = \langle n_0 | c^+ c\, n_0 | n_0 \rangle = n_0^2$$

→ Schwankung $\Delta n^2 = n_0^2 - n_0^2 = \underline{\underline{0}}$

Der Fockzustand $|n_0\rangle$ ist ein Zustand fester Photonenzahl

(iii) Feld und Feldschwankung (ÜA)

$$\langle E \rangle = \langle n_0 | i g_k \xi_k(\vec{r})\, c(t) + \text{h.a.} | n_0 \rangle = 0$$

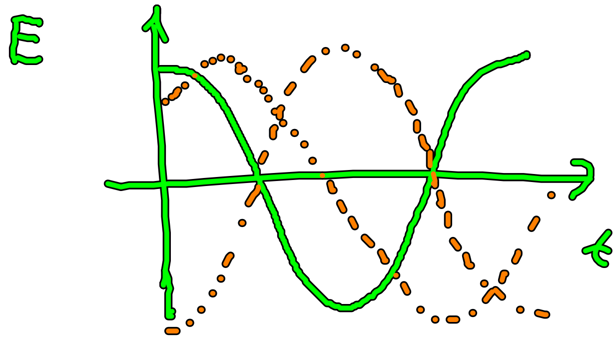
Das Feld verschwindet.

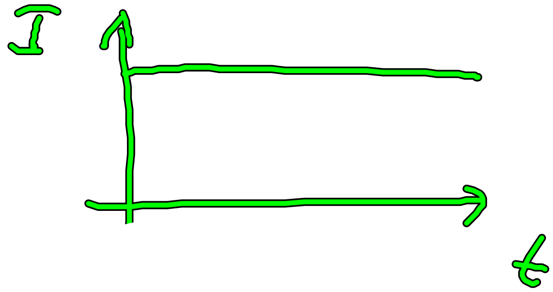
$$\Delta E^2 = \langle E^2 \rangle = \frac{\hbar \omega}{2 \varepsilon_0 V} (2 n_0 + 1)$$

Schwankung d. E-Feldes propor. Zahl der Photonen

trotz $\langle E \rangle = 0$ wird im Exp. $\langle E^- E^+ \rangle \sim n_0$ gefunden

Ein mit Vorsicht zu genießendes klassisches Modell





Überlagerung vieler verschied. Phase mit derselben Feldamplitude gibt 0

endlicher Wert der Intensität

$$\langle E \rangle_{\text{Phase klassisch}} = \int_0^{2\pi} E\, e^{i\varphi}\, p_\varphi\, d\varphi$$

Wahrscheinlichkeit System in Phase φ zu finden

$p_\varphi = \frac{1}{2\pi}$ f.

Gleichverteilung

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\varphi}\, E$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\, e^{i\varphi}\Big|_0^{2\pi} E$$

$$= 0$$

$$\langle I \rangle = \int_0^{2\pi} E^* e^{-i\varphi}\, E\, e^{i\varphi}\, p_\varphi\, d\varphi$$

$$= E^* E \neq 0$$

Die Phase bei der atomaren Emission ist völlig unbestimmt

Konstruktion eines Zustands $\underset{=0}{\Delta n} \cdot \underset{\to\infty}{\Delta \varphi} \geq \frac{1}{2}$ heuristisch!

eigentlich müsste man die Zustände aus dem Kommutator berechnen $[\underline{c}^+\underline{c}, \varphi] \neq 0$

müsste definiert werden (Quantenoptik)

6.4.3 Thermisches Licht

Statistik VL: Planckstrahlung.

bei uns 1 Mode

im Wärmebad

$$\rho_{th} = \frac{1}{Z} e^{-\beta \underline{H}_0} = \frac{1}{Z} e^{-\beta \hbar\omega c^+ c}$$

statist. Operator $\quad \beta = \frac{1}{kT}$

mittlere Photonzahl mit Energie $\hbar\omega$

$$\langle \underline{n} \rangle = \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega} - 1} = \mathrm{Sp}\left(\rho_{th}\, \underline{n}\right)$$

schlicht

$$\langle \psi | \underline{O} | \psi \rangle \longrightarrow \sum_n \langle n | \rho_{th}\, \underline{O} | n \rangle$$

<u>Bemerkungen</u>:

a) Licht das mit Umgebg. ww (Ensemble!) und dadurch viele Photonenzüge emittiert wird chaotisches Licht genannt.

thermisches Licht = Planck = Spezialfall v. chaotischem Licht

<u>math. Def</u>: Intensitätsfluktuation (Δn) ist größer als beim Glauberzustand

b) $\langle n \rangle$ ist durch die Boseverteilg. gegeben

c) Zustandssumme ist:

$$Z = sp\left(e^{-\beta \underline{H}}\right) = \sum_n \langle n | e^{-\beta\hbar\omega c^+c} | n\rangle$$

$$= \sum_n \langle n | e^{-\beta\hbar\omega n} | n\rangle = \sum_n e^{-\beta\hbar\omega n}$$

aus $c^+c\,|n\rangle = n\,|n\rangle$

$$(c^+c)^2 |n\rangle = n^2 |n\rangle$$

geometrische Reihe $$= \frac{1}{1-e^{-\beta\hbar\omega}} = Z$$

(i) Photonverteilung

Wahrscheinlichkeit System in Zustand n zu finden

$$\langle n|\underline{\rho}_{th}|n\rangle = \frac{1}{Z}\langle n| e^{-\beta\hbar\omega c^+c}|n\rangle = \frac{1}{Z} e^{-\beta\hbar\omega n}$$

$z_1 \, e^{-\beta\hbar\omega n}$ als Funktion v. $\langle n\rangle$ ausdrücken

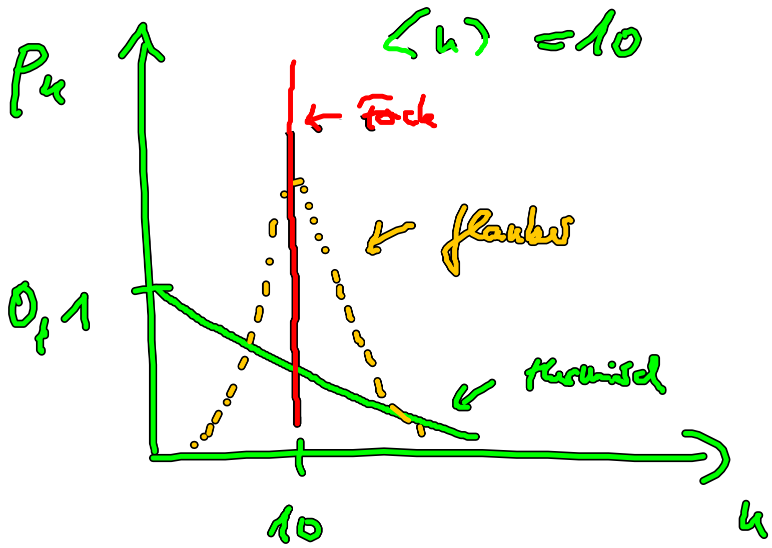
$$z = \frac{1}{1-e^{-\beta\hbar\omega}} = \frac{e^{\beta\hbar\omega}}{e^{\beta\hbar\omega}-1} = \frac{(e^{\beta\hbar\omega}-1)+1}{e^{\beta\hbar\omega}-1}$$

$$= 1 + \langle n\rangle$$

$$\langle n\rangle = \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega}-1} \rightarrow e^{-\beta\hbar\omega} = \frac{\langle n\rangle}{\langle n\rangle+1}$$

$$\boxed{\rho_n = \frac{1}{\langle n\rangle+1}\left(\frac{\langle n\rangle}{\langle n\rangle+1}\right)^n} = p_n$$

Verteilung f. thermisches Licht



(ii) Photonzahl u. Schwankung

Photonzahl: Boseverteilung

Schwankung $\Delta n^2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$

$$\langle n^2 \rangle = \sum_n \langle n | c^+c\, c^+c \, \frac{e^{-\beta\hbar\omega c^+c}}{Z} | n \rangle$$

$$= \frac{1}{Z} \sum_{n=0}^{\infty} n^2 e^{-\hbar\omega\beta n}$$

$$= \langle n \rangle + 2 \langle n \rangle^2$$

$$\boxed{\Delta n^2 = \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle}$$

Fock: $\Delta n^2 = 0$

Glauber: $\Delta n^2 = \langle n \rangle$

Photonzahlschwank. f. thermischen Zustand

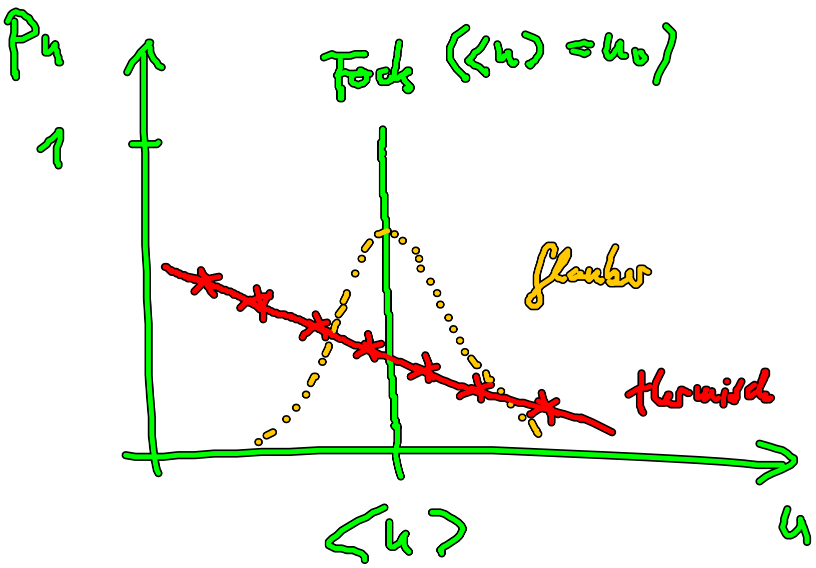
thermischer Zustand hat höhere Fluktuation als Glauber, Fock bei gleichem $\langle n \rangle$, also gleicher Intensität.

(iii) Feld u. Feldfluktuation (ÜA)

$\langle E \rangle = 0$

$$\langle E^2\rangle = |g_k|^2\left(2\frac{\langle n\rangle}{\langle n\rangle+1}+1\right) >$$ Fluktuation im Vakuumzustand ($|g_k|^2$)

6.5. Klassifizierung d. statistischen Eigenschaften



kohärent ist Vergleichszustand: $\Delta n = \sqrt{\langle n\rangle}$ Poissonlicht

wenn $\Delta n < \sqrt{\langle n\rangle}$ „Subpoissonlicht" Bsp: Fock

$\Delta n > \sqrt{\langle n\rangle}$ „Superpoissonlicht" Bsp. thermisch

Super und Poissonlicht kann man klassisch verstehen

Subpoissonlicht nicht!

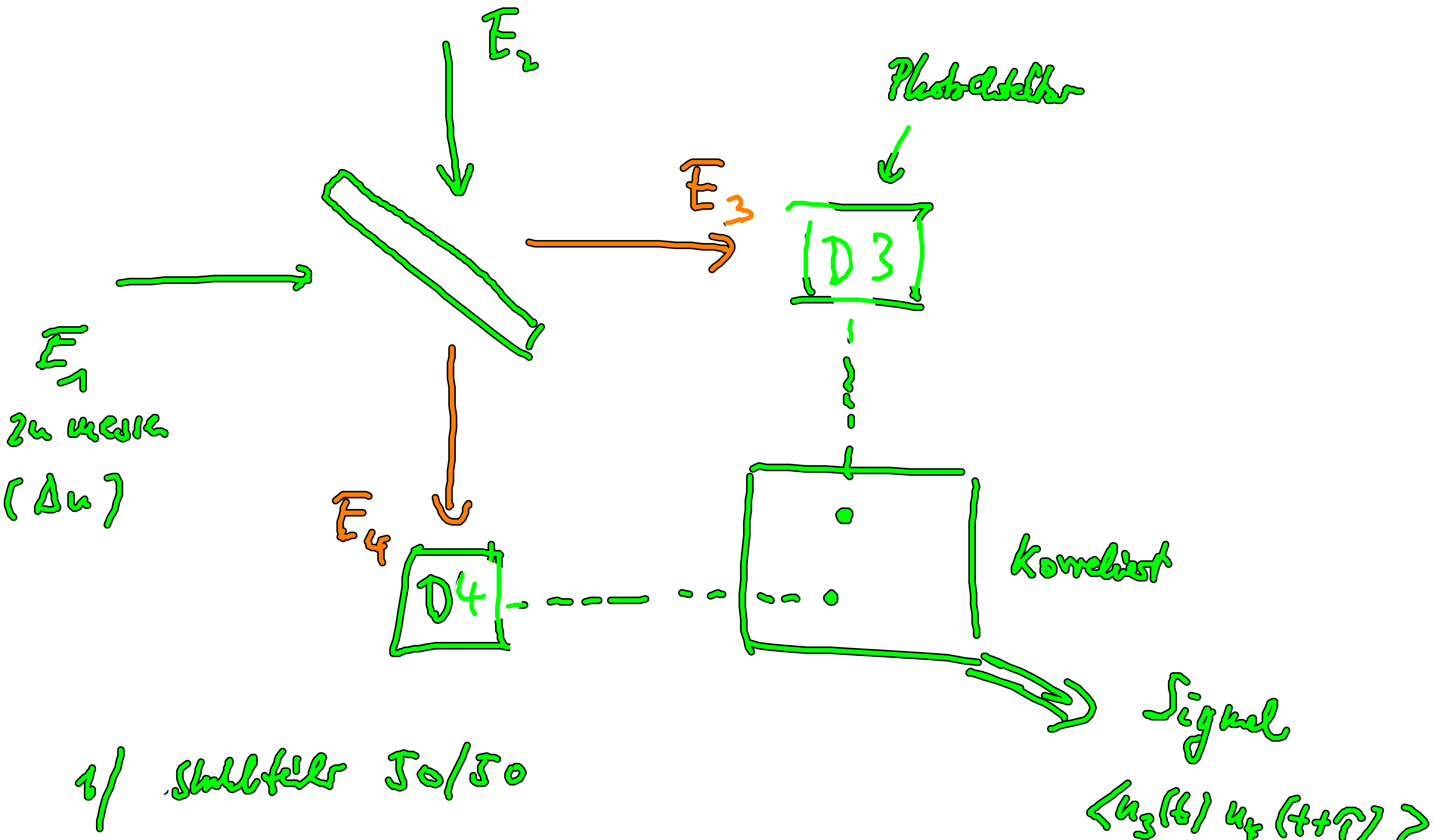
Stichwort „Einzelphotonemitter".

P_u ist schwer zu messen.

deshalb ausreichend mit Δu zu beschäftigen.

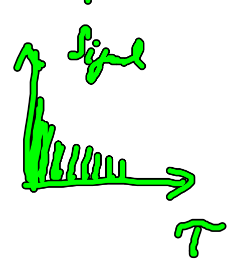
kann Δu im Exp. gemessen werden?

Hanbury Brown – Twiss Exp., siehe Tutorium



1/ Strahlteiler 50/50

2/ 2 Ausgangsfelder werden detektiert



3/ D3, D4 werden elektronisch miteinander verbunden

D3: Klick zu Zeit t UND

D4: Klick zu Zeit $t+\tau$

Signal $\neq 0$ wenn Photon 3 zur Zeit t UND
Photon 4 zur Zeit $t+\tau$

$$\text{Signal} = \frac{\langle n_3(t)\, n_4(t+\tau)\rangle}{\langle n_3(t)\rangle\langle n_4(t+\tau)\rangle} \qquad \text{HBT Signal}$$

Info zu Feld 1 ist codiert in 3, 4

<u>Voraus.</u>: • 50/50 Strahlteiler 3, 4 $\leftrightarrow$ 1, 2

• $|\psi\rangle_{1/2} = |0\rangle_2\, |\varphi\rangle_1 \leftarrow$ zu vermessen

$|0\rangle_2$: Vakuumzustand

• $\tau = 0$

n in Zustand 1

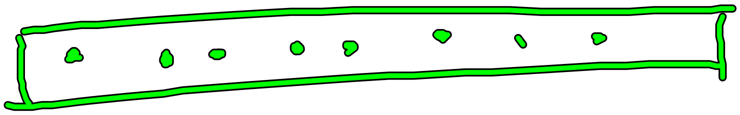
$$\text{Signal } g_2(t) = 1 + \frac{\Delta n^2 - \langle n\rangle}{\langle n\rangle^2}$$

Poisson: $\Delta n^2 = \langle n\rangle \rightarrow \underline{g_2 = 1}$

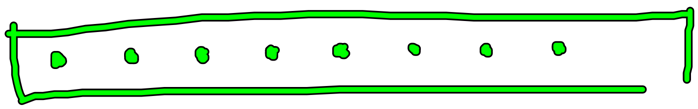
Fock: $\Delta n^2 = 0 \rightarrow g_2 = 1 - \dfrac{1}{\langle n\rangle}$

1 Photonzustand $\underline{g_2 = 0}$

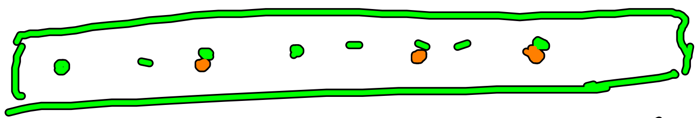
Thermisch: $\Delta n^2 = \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle \longrightarrow \underline{g_2 = 2}$



Poisson zufällig



Einphoton antibunching



Thermisch Klumpung (Bunching)

$$g_2 \sim \frac{\langle c^+ c^+ c c \rangle}{\langle c^+ c \rangle^2}$$