

7. Bellzustände: Verschränkung und Teleportation

7.1. Bellzustände

- spezielle Zweiteilchenzustände, wobei jedes der 2 Teilchen zwei separate Zustände einnehmen kann
- Bsp: Photonen mit 2 Polarisatoren
Elektronen mit 2 Spinzuständen ...

$$\underbrace{|\uparrow\rangle_1, |\downarrow\rangle_1}_{\substack{\text{1. Teilchen mit Photon } \uparrow \text{ vertikal} \\ \text{bzw horizontal } \downarrow \text{ (} \rightarrow \text{) polarisiert}}}, \text{ sowie: } \underbrace{|\uparrow\rangle_2, |\downarrow\rangle_2}_{\text{analog}}$$

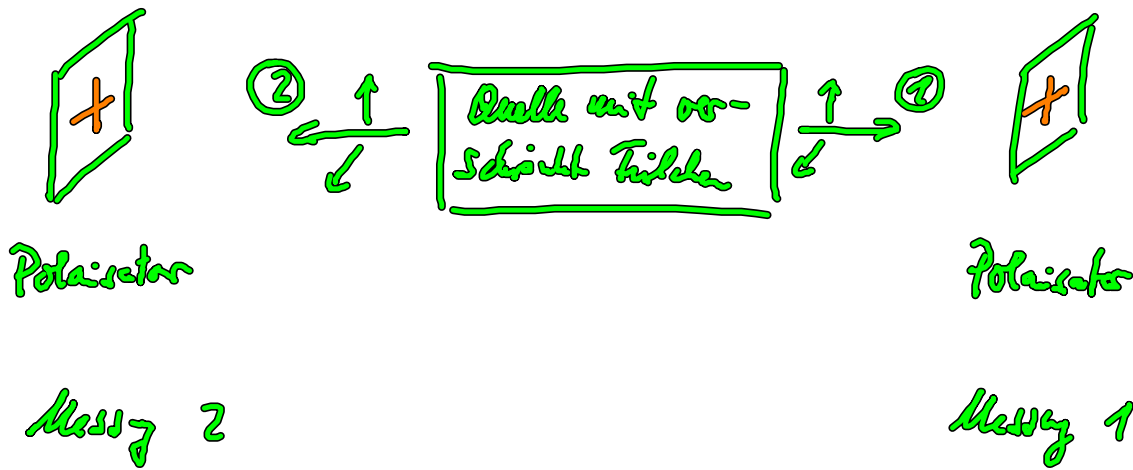
Bellzustände:

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 \pm |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2)$$

$$|\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 \pm |\downarrow\rangle_2 |\uparrow\rangle_1)$$

- sind 4 Zustände, bilden Basis im 2-Teilchenraum
- Symmetrie u.ä. d. orthogonale Spindellen

7.2. Nodural EPR-Experiment



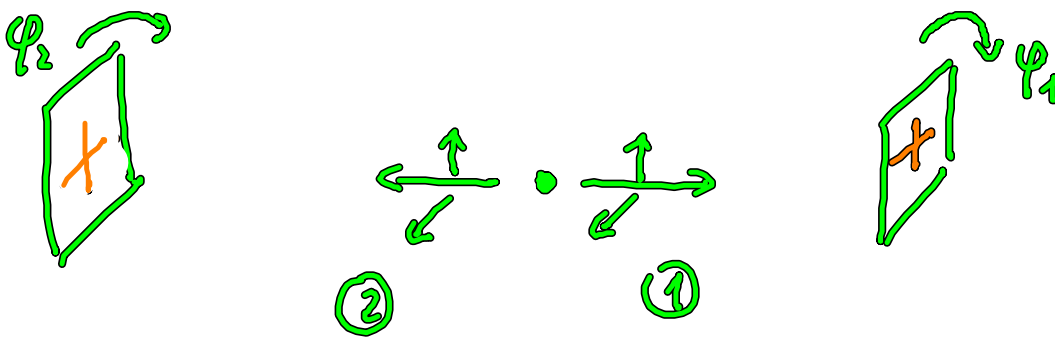
$$|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 + |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2)$$

- bei Messg. tritt mit je 50% ein der beiden Realisierung ein
wenn Messg. an 1 der Zustand \uparrow ergibt so ist
Teilchen 2 auf jed Fall auch in \uparrow . $\hat{=}$ "spukhafte Fernwirkung."
- wenn man das nicht glaubt so, die QM ist unvollständig, &
kann es entweder $(|\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2)$ oder $(|\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2)$ beschreiben
beim Aussehen \rightarrow auch Erklärung, über Mangel
an klassischer Info beim Stand
- um diese Vorstellg zu unterstützen J. Bell 1964:
hat Ungleichungen formuliert

(Bell'sche Ungleichungen) unter der Voraussetz.,
daß wir mit klassischer Erklärung Exp. an
beschränkten Objekten erklären können,

→ wenn in Exp. eine Verletzung dieser Ungleichungen
auftritt so bleibt uns nur die QM-Erklärung

Vorschlag EPRB:



φ_1, φ_2 : zusätzliche Parameter im Exp.

und dann Vgl. von klass. und QM-Interpretation

f. verschiedene φ_1, φ_2 . → Entscheidung

Messung erfolgt in unser Basis

dh: Basiswechsel $\varphi_1, \varphi_2 = 0 \rightarrow \varphi_1 \neq 0 \neq \varphi_2$

$$\begin{pmatrix} |\uparrow\rangle_i \\ |\downarrow\rangle_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_i & -\sin\varphi_i \\ \sin\varphi_i & \cos\varphi_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\uparrow\rangle'_i \\ |\downarrow\rangle'_i \end{pmatrix}$$

↳ alt $i=1,2$, Drehwinkel φ_i , $|\rangle'_i \stackrel{!}{=} \text{normiert}$

quantenmechanische Interpretation

$$|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underline{|\downarrow\rangle_1} \underline{|\downarrow\rangle_2} + \underline{|\uparrow\rangle_1} \underline{|\uparrow\rangle_2} \right)$$

wird ausgedrückt, detektiert in $|\rangle'$

$$|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underline{(\sin\varphi_1 |\uparrow\rangle'_1 + \cos\varphi_1 |\downarrow\rangle'_1)} \underline{(\sin\varphi_2 |\uparrow\rangle'_2 + \cos\varphi_2 |\downarrow\rangle'_2)} \right) + \underline{(\cos\varphi_1 |\uparrow\rangle'_1 - \sin\varphi_1 |\downarrow\rangle'_1)} \underline{(\cos\varphi_2 |\uparrow\rangle'_2 - \sin\varphi_2 |\downarrow\rangle'_2)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underbrace{(\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2)}_{\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \underline{|\uparrow\rangle'_1} \underline{|\uparrow\rangle'_2} + \dots \right)$$

↳ Wahrscheinlichkeit

für Prozess, daß 1. Teil ↑ und 2. Teil ↑.

$$P_{\uparrow\uparrow}^{\text{qm}} = \frac{1}{2} \cos^2(\varphi_1 - \varphi_2)$$

hängt w. v. Differenz der φ ab.

Klassische Interpretation

entweder $|\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 \xrightarrow{1} \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 |\uparrow\rangle_1' |\uparrow\rangle_2'$
oder $|\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 \xrightarrow{1} \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 |\uparrow\rangle_1' |\uparrow\rangle_2'$
und jeweils 50/50 % \hookrightarrow Apathetik

$$P_{\uparrow\uparrow}^{\text{klass}} = \left(\sin^2\varphi_1 \sin^2\varphi_2 + \cos^2\varphi_1 \cos^2\varphi_2 \right) \frac{1}{2}$$

klassische Interpretation ohne Interferenzterme

offensichtlich gibt es Unterschiede zwischen klass. und qm. Interpretation f. verschränkte Zustände

Vgl. mit Exp: $\varphi_1 = \varphi_2 = 0 \rightarrow P_{\uparrow\uparrow}^{\text{klass}} = \frac{1}{2} = P_{\uparrow\uparrow}^{\text{qm}} \quad \checkmark$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow P_{\uparrow\uparrow}^{\text{kl.}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} P_{\uparrow\uparrow}$$

Exp. ist mit gen. Interpretation kompatibel.

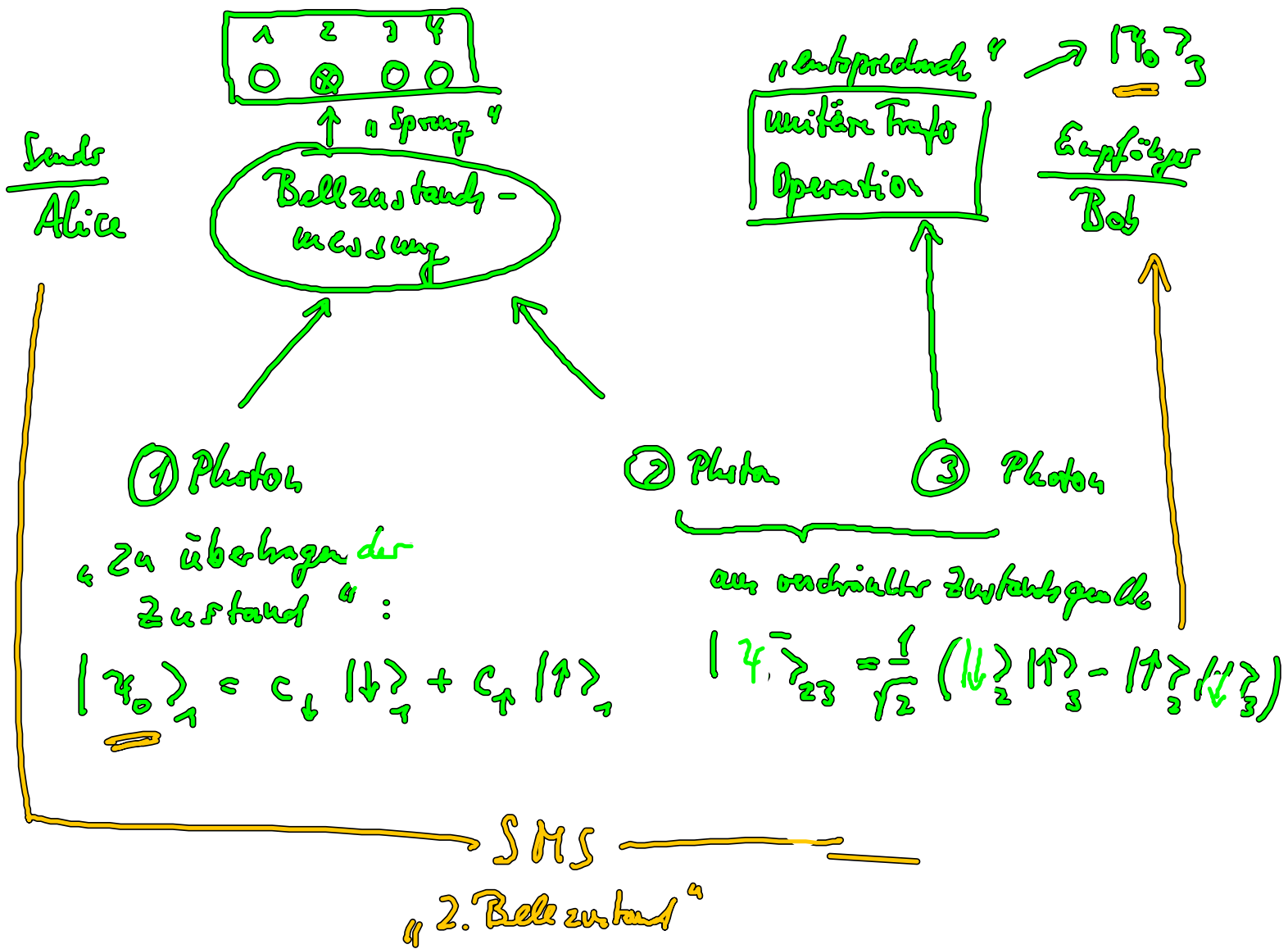
7.3. Teleportation

ein Teilchenzustand wird in "Klassik" eingeleitet
 und an einem anderen Ort wird derselbe Teilchenzustand
 ausgelesen aber: nicht durch Teilchentransfer

Bewertungen:

- a) no cloning theorem: nur Zustand kann auf ein
 zweites Teilchen übertragen werden
- b) es wird keine Materie übertragen, nur Quanteninfo
- c) muß langsamer als c gehen (SRT)
- d) Vor schläge: 1993 Bennett
 Vordly. f. Photonen

Schemata:



Ziel der Teleportation: Zustand v. ① auf
ander Photon ③ übertragen
② ist Hilfsphoton

math. Schema d. Quanten teleportation

1.) Gesamtwellenfunktion zu Beginn (3 Teilchen)

$$|\psi\rangle_{123} = |\psi_0\rangle_1 |\psi_0^-\rangle_{2,3}$$

2.) Messung v. Alice an $|\psi\rangle_{123}$ in den $\textcircled{1}$ und $\textcircled{2}$ auf Bellzustände projiziert werden

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{123} &= \sum_1 |\text{Bell-zustand}\rangle_1 a_1 \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\phi^+\rangle_{12} (c_\downarrow |\uparrow\rangle_3 - c_\uparrow |\downarrow\rangle_3) \right. \\ &\quad + |\phi^-\rangle_{12} (c_\downarrow |\uparrow\rangle_3 + c_\uparrow |\downarrow\rangle_3) \\ &\quad + |\psi^+\rangle_{12} (-c_\downarrow |\downarrow\rangle_3 + c_\uparrow |\uparrow\rangle_3) \\ &\quad \left. - |\psi^-\rangle_{12} (c_\downarrow |\downarrow\rangle_3 + c_\uparrow |\uparrow\rangle_3) \right) \end{aligned}$$

d. Messung „spritzt“ System $\textcircled{1,2}$ in Bellzustand

3. Alice sagt Bob welche Bellzustand vorliegt.

→ hier ist wohl Zustand T_{id} \exists vorliegt

und kann Vorzeichen vor $C_{T, \downarrow}$ durch
ein untere Trafo beeinflussen kann