

5. Die gann-entwicklung des von Mannmann reite

Anwendung von $\langle T e^{\int_{t'}^t v(x) dx} \rangle$ auf

- Schrödingergleichg. im WW-Bild
- Erwartungswert im Heisenbergbild
- Zustandsumme in statischer Physik (imaginäre Zeit $\hat{=} T$) ...
- Vakuumamplitude $R(t, t')$ als konkretes Bsp.

$$R(t, t') = \langle \phi_0 | \underbrace{U_W(t, t')}_{\text{Zeitentwicklungsoperator im WW-Bild}} | \phi_0 \rangle$$

Viel-WW
Grundzustand

Zeitentwicklungsoperator im WW-Bild

$$U_W(t, t') = T e^{\int_{t'}^t -\frac{i}{\hbar} v(x) dx}$$

$V(t)$ ist WW im WW-Bild

$R(t, t')$ heißt Vakuumamplitude und bekommt WW auch zisch GZ-Energie

$$E_U - E_0 = i \lim_{t \rightarrow \infty (1-i\epsilon)} \frac{d}{dt} \ln (R(t, t'))$$

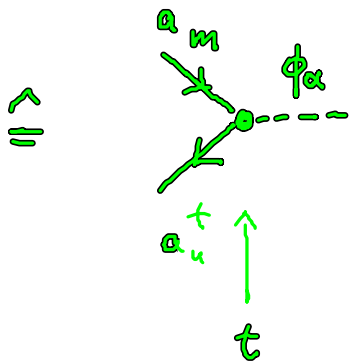
\uparrow Grundzustandsenergie mit WW
 \uparrow Grundzustandsenergie ohne WW
 Beweis in Bildern

5.1. Feynman Diagramme basteln

a) Darstellg. der Wechselwirkung $V(t)$

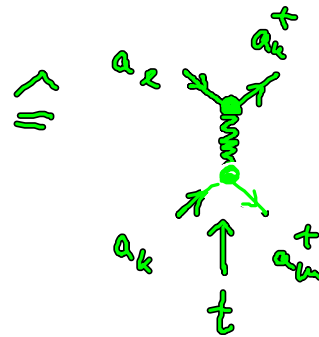
Elektron-Photon-WW

$$V(t) = \sum_{\mu, \nu} g_{\mu\nu} a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu} \psi(t)$$



Elektron-Elektron-WW

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{\mu, \nu, \kappa, \lambda} V_{\mu\nu\kappa\lambda} a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu}^{\dagger} a_{\kappa} a_{\lambda}$$



b) Basteln der Reihe

Photon : $D_{k_1, k_2}^{\mu_1, \mu_2}(t_1 - t_2) \equiv \langle T \phi_1 \phi_2 \rangle$

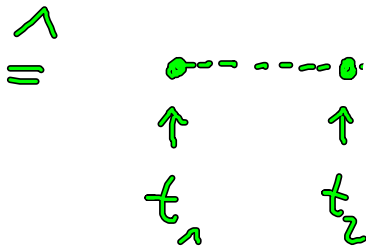
propyter :

$$= \text{sp} \left(\int_{\mathcal{E}_T} \sum_{\alpha} g_{\alpha}^{\mu_1, \mu_2} (b_{\alpha}(t_1) + b_{\alpha}^{\dagger}(t_1)) \sum_{\alpha'} g_{\alpha'}^{\mu_1, \mu_2} (b_{\alpha'}(t_2) + b_{\alpha'}^{\dagger}(t_2)) \right)$$

$$= \sum_{\alpha} g_{\alpha_1, \mu_1}^{\alpha} g_{\alpha_2, \mu_2}^{\alpha} \left(k_{\alpha} e^{i\omega_{\alpha}(t_2 - t_1)} + (1 + k_{\alpha}) e^{-i\omega_{\alpha}(t_2 - t_1)} \right)$$

Konstante
 α bei $t=0$

ω_{α} - Photonfrequenz
 nach α

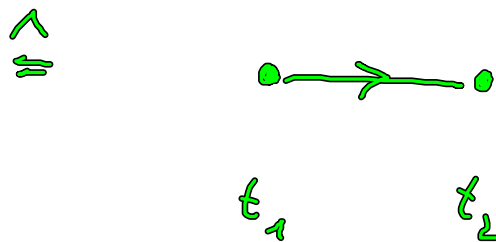


Elektron propagator : $\vec{G}_{n_1, n_2}(t_1 - t_2) = \langle T a_{n_1}^{\dagger}(t_1) a_{n_2}(t_2) \rangle$

[mandat: durch Umdef. d. Zeitordn. optr]

$$= \left(\theta(t_1 - t_2) f_{n_1} + \theta(t_2 - t_1) (1 - f_{n_1}) \right) \delta_{n_1, n_2} e^{i\omega_n(t_1 - t_2)}$$

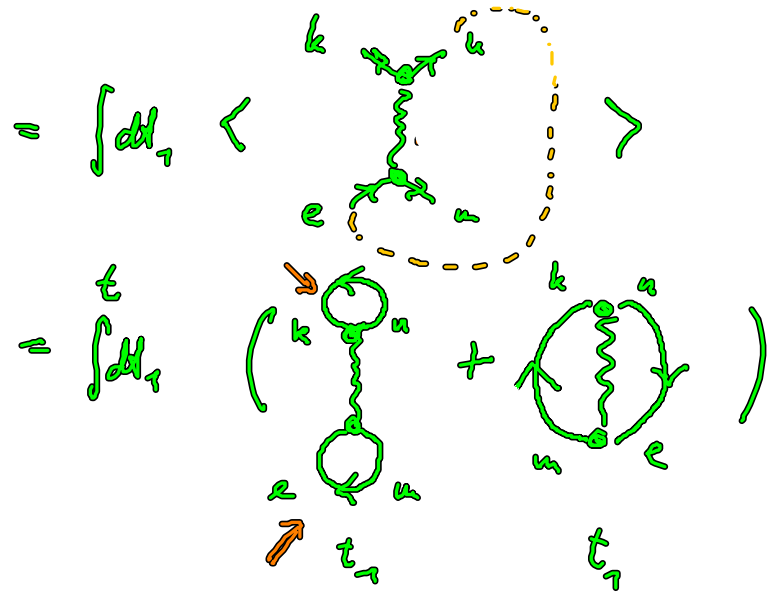
Bew. d. Sllk
 bei $t=0$



$= 0$ graphisch fällt zurück Linie zu brücke
 reduziert ist orthogonal $\rightarrow 0$

Elektron-Elektron WW $W_1 = -\frac{i}{t} \int dt_1 \langle T V(t_1) \rangle$

$= \frac{1}{2} \int dt_1 \sum_{u, n, e, k} V_{u, n, e, k} \langle T a_n^\dagger(t_1) a_n^\dagger(t_1) a_e(t_1) a_k(t_1) \rangle$



$= \sum_{u, n, e, k} -\frac{i}{t} \cdot t \cdot \left(\int_k \delta_{uk} \int_n \delta_{ne} - \int_k \delta_{ku} \int_n \delta_{en} \right) \cdot \frac{1}{2} V_{u, n, e, k}$

$\Delta \bar{E} = i\hbar \frac{d}{dt} \ln (1 + W_1) \Big|_{t \rightarrow \infty (1-i\epsilon)} = \frac{d}{dt} W_1$

$$= \sum_{\mu, \nu} \frac{1}{2} v_{\mu\nu} \epsilon_k (f_{\mu} \delta_{\mu\nu} f_{\nu} \delta_{\mu\nu} - f_{\nu} \delta_{\nu\mu} f_{\mu} \delta_{\nu\mu})$$



Hash-Feld Nagy.

5.2. Elliptic - Phonon - WW als effektive EL-EL WW

$$V(t) = \sum g_{\mu\nu}^{\alpha} f_{\mu}^{\alpha} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu}$$

$D(t_1 - t_2)$

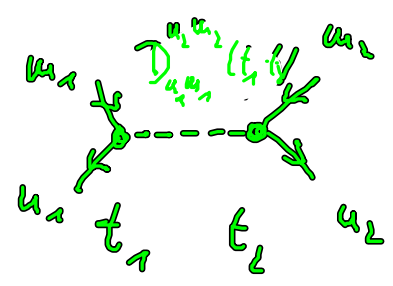
$$\langle T v_1 v_2 v_3 \dots \rangle = \sum_{\{u_i\}} \langle T \sum_{\{x_i\}} g_{u_1, x_1}^{\alpha_1} \dots g_{u_n, x_n}^{\alpha_n} \phi_{x_1}^{\alpha_1} \phi_{x_2}^{\alpha_2} \dots \phi_{x_n}^{\alpha_n} \rangle$$

$\uparrow \quad \uparrow$
 $t_1 \quad t_2$

$$\langle T a_{u_1}^{\dagger} a_{u_1} a_{u_2}^{\dagger} a_{u_2} \dots a_{u_n}^{\dagger} a_{u_n} \rangle$$

dad. feldlich Kombination v. $\langle T \phi \phi \rangle$ und $a^{\dagger} a^{\dagger} a a$

kon man EL-Ph als :

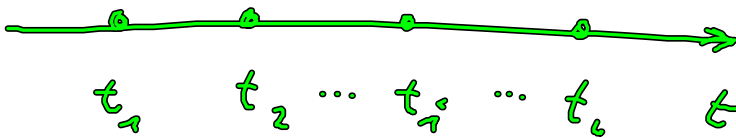


→ ähnlich Reph wie f EL-EL-WW

5.3. Feynman repr. f. diagrammatische Analyse

a) Nennen Reihe \rightarrow Diagramm

1.) Zeitachsen von links nach rechts gezeichnet



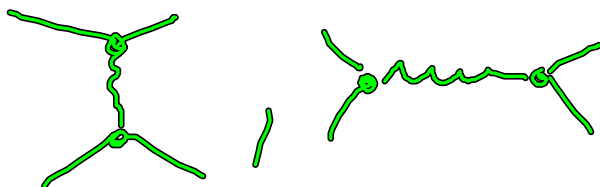
"o" heißt Vertex

2.) \vec{G} , \overleftarrow{G} werden durch Pfeile zwischen den Zeitpunkten repräsentiert

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \bullet \\ u_1 \\ t_1 \end{array} \xrightarrow{\quad} \begin{array}{c} \bullet \\ u_2 \\ t_2 \end{array} & \hat{=} & \vec{G}_{u_1 u_2}(t_1, t_2)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \bullet \\ u_2 \\ t_1 \end{array} \begin{array}{c} \curvearrowright \\ \bullet \\ u_1 \\ t_1 \end{array} & \hat{=} & \overleftarrow{G}_{u_2 u_1}(0) = \int_{t_1}^{t_2} \delta_{u_1 u_2}
 \end{array}$$

3.) Wechselwirkungswerte durch Solitär Linien



Carlson

2l-Phasen

die Vertices sind End- und Anfahrpunkte
des Propagators G_i .

6) WW-Diagramme \rightarrow nicht zerlegte Diagramme

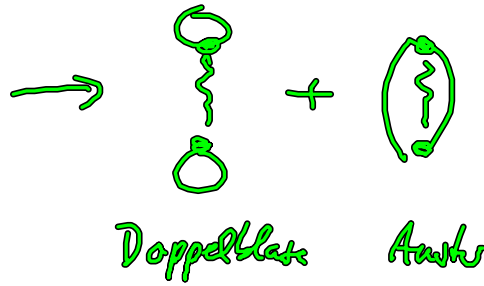
- 1.) u-Verbindungen zeichnen f. u-k-Ordnung.
- 2.) alle mögl. Verbindungen (Kontraktionen) auszeichnen und die mögl. Diagramme zeichnen

Ordnung

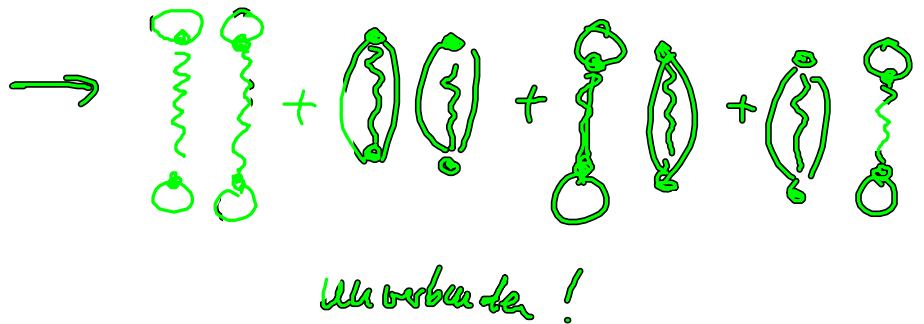
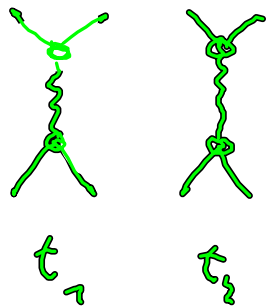
0

keine WW

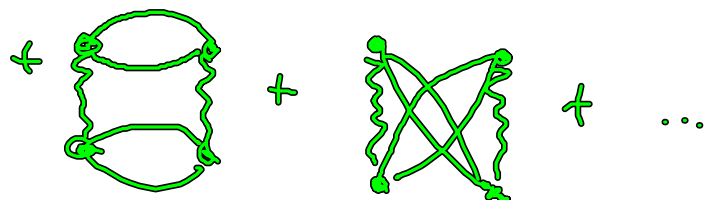
1



2



24 Diagramme



$n \hat{=} 2n!$ Diagramme

Sieht nicht
aus!

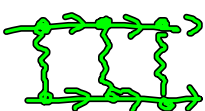
$n = 3$ 720 Diagramme

C/ Vereinfachungen

- bestimmte physikalische Prozesse ausschließen: z.B. Elektronen gas:

Ringdiagramme  \rightarrow f. keine Elektronendichte

Blasen diagram  \rightarrow verschwinde per 10a-10a GW

Leitendiagramme  \rightarrow f. keine Elektronendichte

- Theorem d. verbotene Diagramme

Lichted Clash Theorem

$$\langle \phi_0 | U_w | \phi_0 \rangle = \exp \left(\langle \phi_0 | U_w | \phi_0 \rangle \right) \quad \text{alle verbotene Diagramme}$$

Bsp. interpoliert Boson Modell

$$n=1 \quad V = \text{---} \rightarrow 0$$

α

$$k=2 \quad VV = \underbrace{\bullet \cdots \bullet} \rightarrow \neq 0 \quad \text{keine verbundene Diagramme}$$

$$\rightarrow \bullet \cdots \bullet$$

$$\cong \langle \phi_1, \phi_2 \rangle$$

$$k=3 \quad VVV \rightarrow 0$$

$$k=4 \quad VVVV \rightarrow 0$$

man kann kein verbundenes Diagramm in h"ohler Ordnung konstruieren

$$\langle \phi_0 | U_n | \phi_0 \rangle = e \langle \tau \phi_1, \phi_2 \rangle$$

- man kann Zahl der verbundenen Diagramme weiter einschr"anken!

es gibt Diagramme die denselben Wert liefern bei Ricci-Übersehung $\hat{=}$ "topologisch "aquivalent"

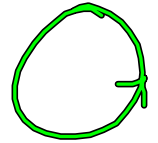


folgt aus Symplicien in der Cordes & Wulken

d) überich. Diagramm \rightarrow Formel

1/ über alle Vertices integrieren $\rightarrow \int$
 und über alle Zeitpunkte integrieren $\rightarrow \int dt_i$

2/ jedes Diagramm wird mit Vorfaktor $(-1)^L$ versehen
 wobei L die Zahl geschlossener Fermi-Linien ist

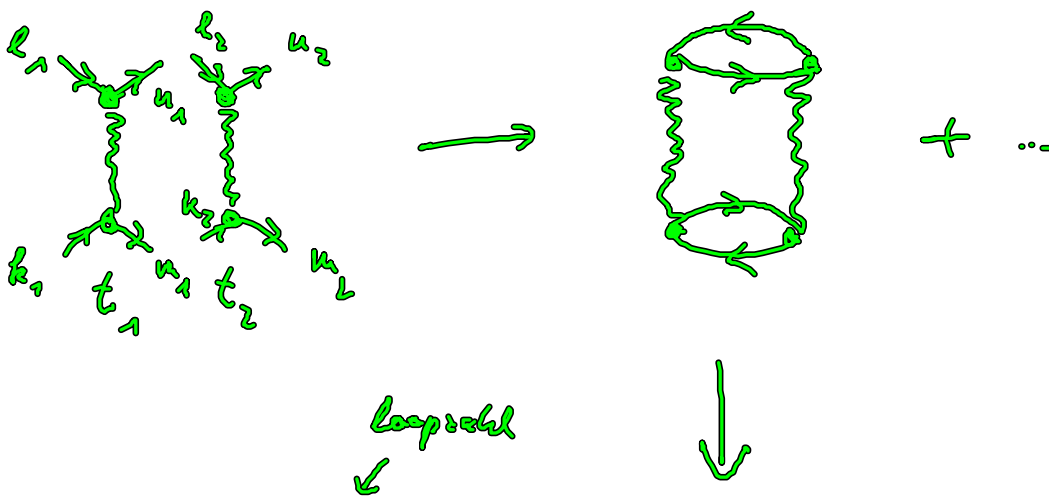


3/ Vorfaktor $\frac{1}{4!}$ und $\left(\frac{1}{i4}\right)^4$ oder $\left(\frac{1}{2}\right)$

4/ alle Linien $\rightarrow \circ$ und \vec{G} versehen
 $t_i \quad t_{i+1}$

und die Matrix V_{ij} und die Indizes aufschreiben

Bsp: Welle W_2 berechnen



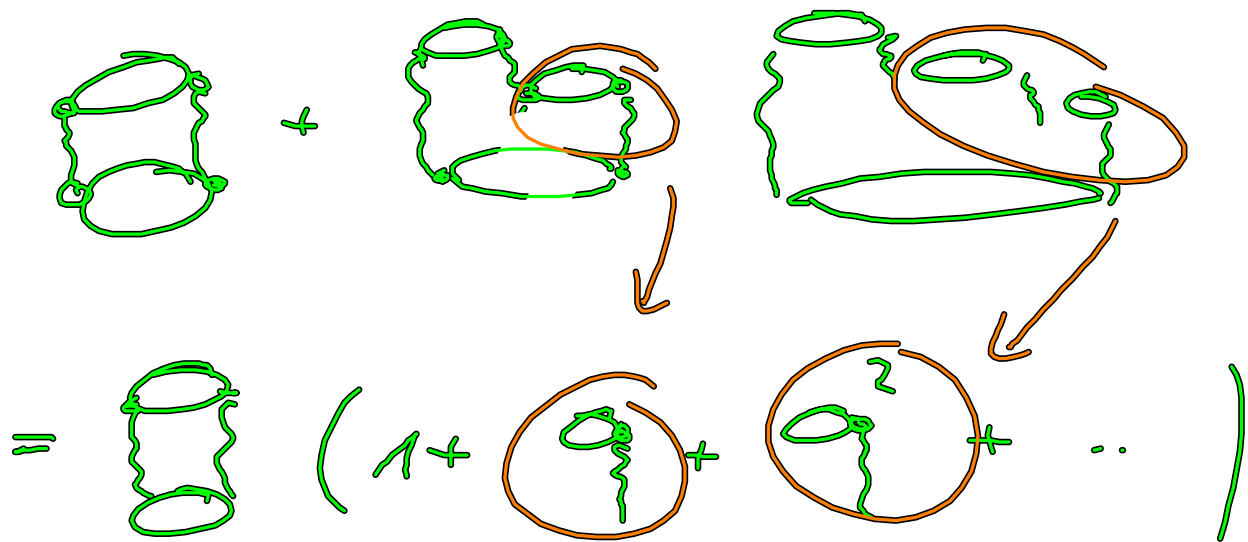
$$\int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2 \frac{(-1)^2}{2!} \begin{pmatrix} 1 \\ - \\ 2 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} 1 \\ - \\ i t \end{pmatrix}^2 \sum_{\substack{u_1 \\ u_2}} V_{u_1 u_2 e_1} V_{u_2 u_1 e_2}$$

↗
 $\text{or } V$

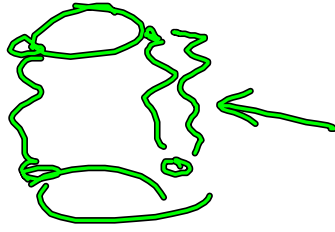
$$\cdot \overleftarrow{G}_{e_1 u_2}(t_1 - t_2) \overrightarrow{G}_{u_2 e_2}(t_1 - t_2)$$

$$\cdot \overrightarrow{G}_{u_1 e_1}(t_1 - t_2) \overleftarrow{G}_{e_2 u_1}(t_1 - t_2)$$

- Approximation:



$$= \text{Cylinder} \left(\frac{1}{1 - \text{Vertex}} \right)$$

=  Absdiraj.
29