

Spannde Erweichung:  
"Querschnitt" in der Zugphasengrenze

Dickelverhältnis

$$\tilde{\rho}(\epsilon, \epsilon) = \rho(\epsilon, \epsilon) - \rho_b$$

$$\frac{\partial}{\partial \epsilon} \hat{\rho}(\epsilon, \epsilon)$$

$$= D \nabla^2 \hat{\rho}(\epsilon, \epsilon)$$

$$= D \rho_b \nabla^2 c^{(A)}(\epsilon, \epsilon) - D \nabla \hat{\rho}(\epsilon, \epsilon) \nabla c^{(A)}(\epsilon, \epsilon)$$

Näherung:  $c^{(A)}(\epsilon, \epsilon) \approx c^{(A)}(\rho_b) + \int d\epsilon' \frac{dc^{(A)}(\epsilon)}{d\rho(\epsilon')} \rho_b (\rho(\epsilon) - \rho_b) + \dots$

Einsetzen in die f. für  $\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \epsilon}$   
und linearisieren bzgl.  $\tilde{\rho}(\epsilon, \epsilon)$

$$\rightarrow \frac{\partial \hat{\rho}(\underline{k}, \epsilon)}{\partial \epsilon} = -D \nabla^2 \hat{\rho}(\underline{k}, \epsilon) - D \rho_b \nabla^2 \int d\underline{r}' c^{(2)}(\underline{r}, \underline{r}'; \rho_b) \hat{\rho}(\underline{k}, \epsilon)$$

ausklammern  
Fouriertransformation

Zweites Glied - direkt  
Vorgehen ähnlich, die zu  
einem homogenen Fluid  
da Dichte  $\rho_b$  konstant  
(typisch!)

$$\rightarrow \frac{\partial \bar{\rho}(\underline{k}, \epsilon)}{\partial \epsilon} = R(\underline{k}) \bar{\rho}(\underline{k}, \epsilon)$$

entkoppelt im  $\underline{k}$ -Raum!  
mit:

Fouriertransform  
von  $\hat{\rho}(\underline{k}, \epsilon)$

$$R(\underline{k}) = -D k^2 (1 - \rho_b \tilde{c}(\underline{k}))$$

$$\text{und } k = |\underline{k}|$$

von  
Fouriertransf.  
von  $c^{(2)}(\underline{r}, \underline{r}'; \rho_b)$

Wir können separat die  
einzelnen Fourierkomponenten  
betrachten!

→ Lösung:

$$\bar{y}(\underline{u}, t) = \bar{y}(\underline{u}, 0) e^{R(\underline{u})t}$$

exponentielle Zeitabhängigkeit!

Beachte:

$$R(\underline{u}) = -D \underline{u}^2 (1 - \rho_b c^{\text{po}}(\underline{u}))$$

$$\bar{R} = -D \underline{u}^2 \frac{1}{S(\underline{u})}$$

Ordnung-Zerfälle -  
gleiches für homogene Systeme!

gekürzte  
Sachverhalte

$$\text{mit } S(\underline{u}) = 1 + \int_0^{\underline{u}} e^{ikx} dx \quad (\text{grad } \underline{u})$$

Wir wissen:

im thermodynamisch stabilen  
einphasigen Gebiet (aufreht, da  
Spinodal)

gilt:  $S(k) \geq 0 \quad \forall k \quad !!$

(Erwartung:  
 $S(k \rightarrow 0) \sim \chi_T$  ist keine Konstante)

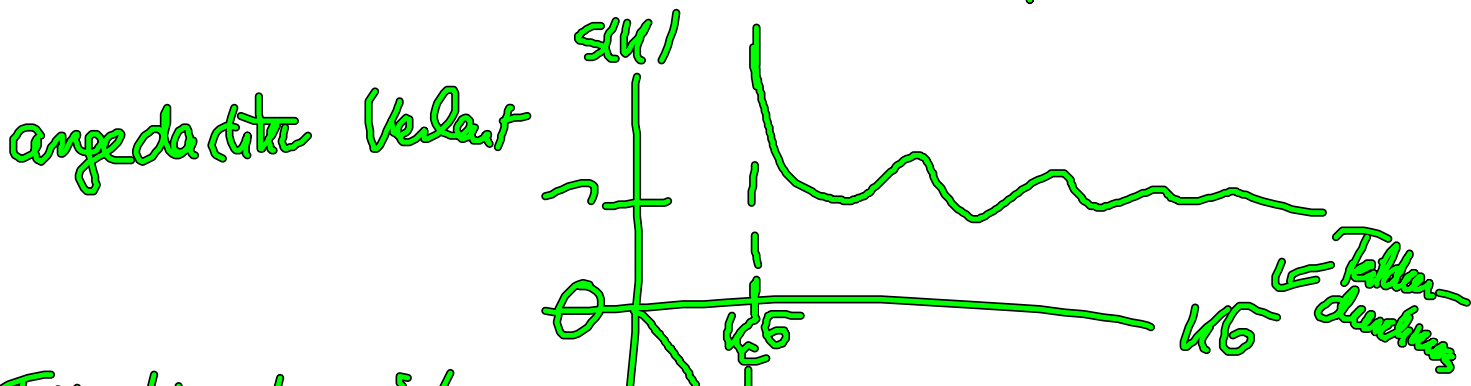
$$\Rightarrow T(k) = -Dk^2(S(k)) \rightarrow < 0$$

$\Rightarrow$  Dichtefluktuationen  $\propto \bar{\rho}(k, t)$  zerfallen für alle  $k$   
exponentiell mit der Zeit.

Aber: was passiert innerhalb der  
Spinodalen?

Idee:  $S(k)$  kann für det.  $k$ -Werte negativ  
werden

$\Leftrightarrow R(u)$  " " " " positiv werd



Für  $u \leq u_c$  ist  $R(u)$  dann positiv  
 $\Rightarrow$  Wasser Dichtefluktuation <sup>(u < u\_c)</sup> entspricht mit der Zeit an!

Bemerkung zur Berechnung von  $\tilde{C}^{(2)}(u)$  bzw  $S(u), R(u)$   
 innerhalb der Spirale

Ansatz: Random-phase approximation  
 (entspricht: Mean field-Theorie  
 für  $n_2 > 6$ )

im Ansatz

$$C^{(2)}(u) / \rho_b = C_{HS}^{(2)}(u) - \beta u \text{ attraktiv } (u)$$

Hals-Kugel-  
Anzahl
attraktiver Teil  
des Paarpotentials

Temperatur und Dichte

Da der zweite,  $T$ -abhängige Anteil von  $c^{(2)}$  nicht von der Dichte abhängt (Mean field!), kann der Ansatz auch innerhalb der Spindode angewandt werden!

$$c^{(2)}(u) = \tilde{c}_{HS}(u) - \beta u \tilde{c}^{attr}(u)$$

$$\Rightarrow S(u) \Rightarrow R(u)$$

Man findet tatsächlich positive Bereiche in  $R(u)$  ~~für~~ innerhalb der Spindode!

Beide :

Dieses Verhalten (exponentielles Abklingen von Dichtefluktuation für  $u \ll \xi$ ) wurde aus Linearisierter Theorie

gleicher

— nur relevant für Anfangsbedingungen  
des spindalen Ermschlag  
(wo  $\rho$  klein!)  
↓  
Dichtekontinua

Zusammenhang zur sogenannten  
Cahn-Hilliard Theorie

J.W. Cahn and J.E. Hilliard,  
J. Chem. Phys. 31, 688 (1959)

Traditioneller (und sehr beliebter) Ansatz.  
Zugang zum spindalen Ermschlag

Satzpunkt:  $\frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = -\nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$   
wobei  $\rho$  Dichte

CH  $\hat{=}$  Gd<sub>4</sub>-Bild

Ansatz:

$$j^{CH}(k, \epsilon) = -M \nabla \frac{\delta F [g(k, \epsilon)]}{\delta p(k, \epsilon)}$$

M: Mehrfachkristall

$F[g]$ : freie Energie im Gitterzustand  
aber (im Gegensatz zu DDT)  
benutzt hier Gitterung-Landau-Ansatz

$$F[g] = \int d^d x \left( \underbrace{f_0(g)}_{\text{homogener Anteil}} + \frac{\xi}{2} |\nabla p(k, \epsilon)|^2 \right)$$

$f_0(g)$ : nichtlineare Polynome in  $g$ ;  $\xi$ : Elastizitätskonstante ( $\xi > 0$ )

Im Vergleich zur DDT Gleichung  
sieht man

DDT

CH



$$Dg(\underline{r}, t) \longrightarrow M$$

$$\nabla \frac{\delta F[g]}{\delta g} \longrightarrow \nabla \frac{\delta F[\rho]}{\delta \rho}$$

hier:  $F$ : mikrokinetische  
Freie Energie

$F$ : freie Energie!

Multipliziere (H-Gleichung für die Dichte  
(nach Variationsabk.))

$$\frac{\partial g(\underline{r}, t)}{\partial t} = M \nabla^2 \left[ \frac{\delta f_0(g(\underline{r}, t))}{\delta g} - \beta V g(\underline{r}, t) \right]$$

Betrachte statt  $g(\underline{r}, t)$  wieder nur Dichtedifferenz

$$\tilde{g}(\underline{r}, t) = g(\underline{r}, t) - g_b$$

und entwickle  $\frac{\delta f_0}{\delta g}$  um den Wert bei  $\tilde{g} = 0$

und linearisiere !!

Cahn-Hilliard

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}(\underline{k}, \epsilon) = M \nabla^2 \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} \Big|_{s_0} - \xi \nabla^2 \right) \hat{\rho}(\underline{k}, \epsilon)$$

Fourier transformation:

$$\hat{\rho}(\underline{k}, \epsilon) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\underline{x} e^{-i\underline{k} \cdot \underline{x}} \rho(\underline{x}, \epsilon)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \nabla^2 \hat{\rho}(\underline{k}, \epsilon) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\underline{x} e^{-i\underline{k} \cdot \underline{x}} (-k^2 \hat{\rho}(\underline{k}, \epsilon)) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho}(\underline{k}, \epsilon)$$

$$= -M k^2 \left( \xi k^2 + \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} \Big|_{s_0} \right) \bar{\rho}(\underline{k}, \epsilon)$$

$\mathcal{T}^{\text{Cahn-Hilliard}}(k)$

(Zum Vergleich: In der DDT hatte

$$\text{wir } R(k) = -Dk^2 (1 - g_0 c^{2k}(k))$$

Lösung auch hier  $\bar{g}(k,t) = g(k,0)e$

oder ähnlich  
R(k) · t