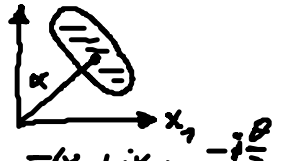


English Summary:

4.4.3 Squeezed states

$|\alpha, \xi\rangle = \hat{S}(\xi) \hat{D}(\alpha) |0\rangle$ coherent squeezed state x_2

squeeze op. $\hat{S}(\xi) = e^{\frac{1}{2}\xi^* \hat{a}^2 - \frac{1}{2}\xi \hat{a}^{\dagger 2}}$ $\xi = re^{i\theta}$



$\left. \begin{aligned} (\Delta y_1)^2 &= e^{-2r} \\ (\Delta y_2)^2 &= e^{2r} \end{aligned} \right\}$ for rotated quadrature comp. $y_1 + iy_2 = (x_1 + ix_2) e^{-i\frac{\theta}{2}}$

4.4.4 Mixed states (e.g., thermal photons)

P representation $\hat{\rho} = \int P(\alpha, \alpha^*) |\alpha\rangle \langle \alpha| d^2\alpha$ normal ordered op

Q representation: antinormal ordering (\hat{a}^\dagger left, \hat{a} right)

4.5 Photonen-Korrelation

4.5.1 Photondetektion

e.B. Photoionisation (Photoelektron erzeugt durch absorb. Photon)

\Rightarrow nur Vermessung von $\hat{E}^{(+)}(r, t)$ tragen bei.

$$\Rightarrow \hat{E}^{(+)}(r, t) = \sum_{\lambda} c_{\lambda} \hat{a}_{\lambda}$$

① Wahrscheinlichkeit, ein Photon am Ort r pro dt zu detektieren

$$\tilde{w}_1(r, t) = |\langle f | \hat{E}^{(+)}(r, t) | i \rangle|^2$$

\uparrow
Endzustand

\uparrow
Anfangszustand

Gid-Zustand $\langle f |$ unbekannt \Rightarrow Summe über alle $\langle f |$ nötig

$$\begin{aligned}
 w_1(r, t) &= \sum_i \tilde{w}_i(r, t) \\
 &= \sum_i \langle i | \hat{E}^{(-)} | f \rangle \underbrace{\langle f | \hat{E}^{(+)} | i \rangle}_1 \\
 &= \langle i | \hat{E}^{(-)} \hat{E}^{(+)} | i \rangle
 \end{aligned}$$

Wahrscheinlichkeit, ein Photon zu detektieren, ist Mittelwert von $\hat{E}^{(-)} \hat{E}^{(+)}$

gemischtes Zustand

$$w_1(r, t) = \text{tr} \left(\hat{\rho} \hat{E}^{(-)}(r, t) \hat{E}^{(+)}(r, t) \right) = \left\langle \hat{E}^{(-)}(r, t) \hat{E}^{(+)}(r, t) \right\rangle_{\sum_i P_i |i\rangle \langle i|}$$

4.5.2 Korrelationsfunktionen

Def.: Korrelationsfkt. 1. Ordnung des Feldes

$$\begin{aligned}
 G^{(1)}(r_1, r_2, t_1, t_2) &= \langle \hat{E}^{(-)}(r_1, t_1) \hat{E}^{(+)}(r_2, t_2) \rangle \\
 &= G^{(1)}(r_1, r_2, \tau)
 \end{aligned}$$

$\tau = t_2 - t_1$
invariant bei Verschiebung der Zeit

$$w_1(r, t) = G^{(1)}(r, r, 0)$$

- klassisch kann $G^{(1)}(r, r, \tau)$ aus spektraler Leistungsdichte bestimmt werden (Autokorrel.fkt. = Fouriertrauf. der spektralen Leistungsdichte: Wiener-Khinchin-Theorem)

② Detektion von 2 Photonen

$$\tilde{w}_2(r_1, t_1, r_2, t_2) = \left| \langle f | \hat{E}^{(+)}(r_2, t_2) \hat{E}^{(+)}(r_1, t_1) | i \rangle \right|^2$$

∴ Analog zu ①

$$w_2(r_1, t_1, r_2, t_2) = \text{tr} \left(\hat{\rho} \hat{E}^{(-)}(r_1, t_1) \hat{E}^{(-)}(r_2, t_2) \hat{E}^{(+)}(r_2, t_2) \hat{E}^{(+)}(r_1, t_1) \right)$$

Def. Korrelationsfunktion 2. Ordnung des Feldes

$$G^{(2)}(r_1, t_1, r_2, t_2, r_3, t_3, r_4, t_4)$$

$$= \langle \hat{E}^{(-)}(r_1, t_1) \hat{E}^{(-)}(r_2, t_2) \hat{E}^{(+)}(r_3, t_3) \hat{E}^{(+)}(r_4, t_4) \rangle$$

Normalordnung (\hat{a}^\dagger links, \hat{a} rechts)

$$\Rightarrow G^{(2)} \neq \langle I(r, t) I(r', t') \rangle$$

$$\text{wenn } \langle I \rangle = \langle \hat{E}^{(-)} \hat{E}^{(+)} \rangle$$

Einführung von normierten, zeitlichen Korrelationsfunktionen mit $r_1=r_2=r_3=r_4$
(für einmodiges Feld)

$$\bullet g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t+\tau) \rangle}{\sqrt{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle} \sqrt{\langle \hat{a}^\dagger(t+\tau) \hat{a}(t+\tau) \rangle}} = \frac{\langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t+\tau) \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle}$$

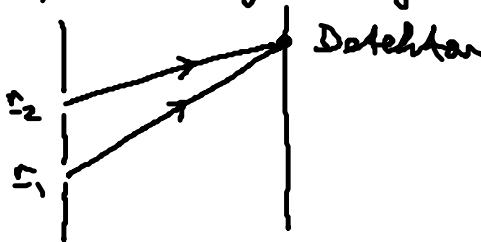
(zeitl.) Kohärenz 1. Ordnung

$$\bullet g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}^\dagger(t+\tau) \hat{a}(t+\tau) \hat{a}(t) \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle^2}$$

(zeitl.) Kohärenz 2. Ordnung

4.5.3 Bedeutung von $g^{(1)}$ und $g^{(2)}$

a) Bedeutung von $g^{(1)}$



, z.B. Doppelspaltexperiment (Young)

$$E^{(+)}(r, t) = C_1 E^{(+)}(r_1, t - \tau_1) + C_2 E^{(+)}(r_2, t - \tau_2)$$

$$\tau := \tau_1 - \tau_2$$

$$\text{gemessene Intensität } \langle I(r, t) \rangle = \text{tr}(\rho \hat{E}^{(-)}(r, t) \hat{E}^{(+)}(r, t))$$

$$= |C_1|^2 \text{tr}(\rho \hat{E}^{(-)}(r_1, t - \tau_1) \hat{E}^{(+)}(r_1, t - \tau_1)) + |C_2|^2 \text{tr}(\rho \hat{E}^{(-)}(r_2, t - \tau_2) \hat{E}^{(+)}(r_2, t - \tau_2)) \\ + 2 \text{Re}[C_1^* C_2 \text{tr}(\rho \hat{E}^{(-)}(r_1, t - \tau_1) \hat{E}^{(+)}(r_2, t - \tau_2))]$$

$$= |C_1|^2 G^{(1)}(r_1, r_1, 0) + |C_2|^2 G^{(1)}(r_2, r_2, 0) + 2 \text{Re}[C_1^* C_2 G^{(1)}(r_1, r_2, \tau)]$$

$$\underbrace{\langle I^{(1)}(r) \rangle}_{\langle I^{(1)}(r) \rangle} \quad \underbrace{\langle I^{(2)}(r) \rangle}_{\langle I^{(2)}(r) \rangle} \quad \text{Re}[g^{(1)}(r_1, r_2, \tau)] \cdot 2[\langle I^{(1)}(r) \rangle \langle I^{(2)}(r) \rangle]^{1/2}$$

$$g^{(1)}(r_1, r_2, \tau) := \frac{G^{(1)}(r_1, r_2, \tau)}{\sqrt{G^{(1)}(r_1, r_1, 0) G^{(1)}(r_2, r_2, 0)}}$$

Ref.: Scully & Zubairy: Quantum Optics

$g^{(1)}(\tau) = 0 \Rightarrow$ keine Interferenzstreifen (unkohärenteste Lichtquelle)
inkohärentes Licht

$g^{(1)}(\tau) = 1 \Rightarrow$ beste Interferenzstreifen (total kohärentes Licht)

z.B.: thermisches Licht: $G^{(1)}(r_1, r_2, \tau) = \epsilon_0^2 e^{-i\omega_0 \tau - \frac{\tau^2}{2\tau_c^2}} \quad \tau \gg \tau_c \rightarrow 0$

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle a^\dagger(t) a(t+\tau) \rangle}{\langle a^\dagger a \rangle}$$

τ_c Kohärenzzeit $\leftrightarrow \frac{1}{\tau_c}$ spektrale Bandbreite des Lichtes

$$S(\tau, \omega) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} dt G^{(1)}(r_1, r_2, \tau) e^{i\omega t}$$

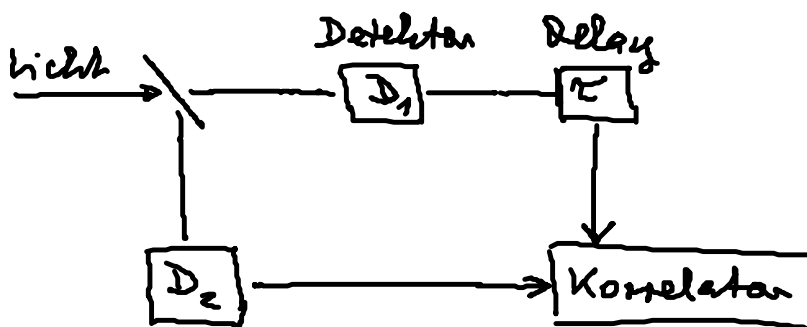
Wiener-Khinchin-Theorem $S(\tau, \omega) = \frac{\epsilon_0^2 \tau_c}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2 \tau_c^2}{2}}$

(b) Bedeutung von $g^{(2)}$:

- wie kann man Laser von Glühlampe unterscheiden,
wenn Intensität + spektrale Breite gleich sind

Hanbury-Brown - Twiss - Experiment

1954 Phil. Mag. 45, 663
1956 Nature 178, 1946



z.B. ebene Welle $\hat{E}^{(+)}(r_i) = \epsilon_k^R (\hat{a}_k e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i} + \hat{a}_{k'} e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_i})$

$$G^{(2)}(r_1, r_2, 0) = \langle \hat{E}^{(-)}(r_1, t) \hat{E}^{(-)}(r_2, t) \hat{E}^{(+)}(r_2, t) \hat{E}^{(+)}(r_1, t) \rangle$$

$$= \langle \epsilon_k^4 (a_k^\dagger a_k^\dagger a_k a_k + a_{k'}^\dagger a_{k'}^\dagger a_{k'} a_{k'}) \rangle$$

$$+ a_k^+ a_{k'}^+ a_k a_{k'} [1 + e^{-i(k-k')(r_1-r_2)}] \\ + a_{k'}^+ a_k^+ a_{k'} a_k [1 + e^{i(k-k')(r_1-r_2)}] >$$

Nebenrechn.:

$$a_k^+ a_k^+ a_k a_k = a_k^+ a_k a_k^+ a_k + a_k^+ a_k$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$\langle n^2 \rangle \qquad \qquad \langle n \rangle$$

$$G^{(2)}(r_1, r_2, 0) = 2 \mathcal{E}^4 \left(\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle + \langle n \rangle^2 \underbrace{\left\{ 1 + \cos[(k-k')(r_1-r_2)] \right\}}_{\text{Interferenzterm } \in [0, 2]} \right)$$

$$= 2 \quad \text{für } r_1 = r_2$$

• thermisches Licht: $\langle n \rangle = \frac{1}{\exp(\frac{\hbar\omega}{kT}) - 1}$

$$\langle n^2 \rangle = 2 \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle$$

• Laserlicht (kohärentes Licht) (Poisson-Verteilung)

$$\langle n^2 \rangle = \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle$$

ohne Interferenzterm

$$\Rightarrow g^{(2)}(0)_{\text{therm}} = 2$$

$$g^{(2)}(0)_{\text{Laser}} = 1$$

$$g^{(2)}(0)_{\text{Fock}} |n_0\rangle = 1 - \frac{1}{n_0}$$

