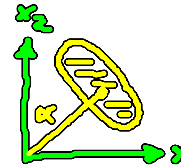
English Summary:

4.4.3 Squeezed states

$|\alpha,\xi\rangle = \hat{S}(\xi)\hat{D}(\alpha)|0\rangle$ coherent squeezed state



squeeze op. $\hat{S}(\xi) = e^{\frac{1}{2}\xi^*\hat{a}^2 - \frac{1}{2}\xi\hat{a}^{+2}}$ $\quad \xi = re^{i\theta}$

$$\left.\begin{aligned}(\Delta y_1)^2 &= e^{-2r}\\ (\Delta y_2)^2 &= e^{2r}\end{aligned}\right\}$$ for rotated quadrature comp. $y_1 + iy_2 = (x_1 + ix_2)e^{-i\frac{\theta}{2}}$

4.4.4 Mixed states (e.g., thermal photons)

P representation $\hat{\rho} = \int P(\alpha,\alpha^*)|\alpha\rangle\langle\alpha|\, d^2\alpha$ normal ordered op ($\hat{a}^+$ left, $\hat{a}$ right)

Q representation: antinormal ordering

4.5. Photonen-Korrelation

4.5.1 Photonendetektion

z.B. Photoionisation (Photoelektron erzeugt durch absorb. Photon)

$\Longrightarrow$ nur Vernichter von $\hat{E}(r,t)$ tragen bei.

$\Longrightarrow$ $\hat{E}^{(+)}(r,t) = \sum_n c_n \hat{a}_n$

① Wahrscheinlichkeit, ein Photon am Ort $\underline{r}$ pro dt zu detektieren

$$\tilde{w}_1(r,t) = |\langle f|\hat{E}^{(+)}(r,t)|i\rangle|^2$$

$\langle f|$: Endzustand $\quad |i\rangle$: Anfangszustand

End-Zustand $\langle f|$ unbekannt $\Rightarrow$ Summe über alle $\langle f|$ nötig

$$w_1(r,t) = \sum_f \tilde{w}_1(r,t)$$

$$= \sum_f \langle i|\hat{E}^{(-)} \underbrace{|f\rangle\langle f|}_{1} \hat{E}^{(+)}|i\rangle$$

$$= \langle i|\hat{E}^{(-)}\hat{E}^{(+)}|i\rangle$$

Wahrscheinlichkeit, ein Photon zu detektieren, ist Mittelwert von $\hat{E}^{(-)}\hat{E}^{(+)}$

gemischter Zustand

$$w_1(r,t) = \mathrm{tr}\Big(\underset{\overset{\shortparallel}{\sum_i p_i |i\rangle\langle i|}}{\hat{\rho}}\, \hat{E}^{(-)}(r,t)\,\hat{E}^{(+)}(r,t)\Big) = \langle \hat{E}^{(-)}(r,t)\hat{E}^{(+)}(r,t)\rangle$$

4.5.2 Korrelationsfunktionen

Def.: Korrelationsfkt. 1. Ordnung des Feldes

$$G^{(1)}(r_1,r_2,t_1,t_2) = \langle \hat{E}^{(-)}(r_1,t_1)\,\hat{E}^{(+)}(r_2,t_2)\rangle$$

$$= G^{(1)}(r_1,r_2,\tau)$$

$\tau = t_2 - t_1$

invariant bei Verschiebung der Zeit

$$w_1(r,t) = G^{(1)}(r,r,0)$$

- klassisch kann $G^{(1)}(r,r,\tau)$ aus spektraler Leistungsdichte bestimmt werden (Autokorrel.fkt. = Fouriertransf. der spektralen Leistungsdichte: Wiener-Khinchin-Theorem)

(2) Detektion von 2 Photonen

$$\tilde{w}_2(r_1,t_1,r_2,t_2) = |\langle f|\hat{E}^{(+)}(r_2,t_2)\hat{E}^{(+)}(r_1,t_1)|i\rangle|^2$$

⋮ Analog zu (1)

$$w_2(r_1,t_1,r_2,t_2) = \mathrm{tr}\Big(\hat{\rho}\,\hat{E}^{(-)}(r_1,t_1)\hat{E}^{(-)}(r_2,t_2)\hat{E}^{(+)}(r_2,t_2)\hat{E}^{(+)}(r_1,t_1)\Big)$$

Def. Korrelationsfunktion 2. Ordnung des Feldes

$$G^{(2)}(r_1,r_2,r_3,r_4,t_1,t_2,t_3,t_4)$$

$$= \langle \hat{E}^{(-)}(r_1,t_1)\,\hat{E}^{(-)}(r_2,t_2)\,\hat{E}^{(+)}(r_3,t_3)\,\hat{E}^{(+)}(r_4,t_4) \rangle$$

Normalordnung ($\hat{a}^+$ links, $\hat{a}$ rechts)

$$\Rightarrow G^{(2)} \neq \langle I(r,t)\, I(r',t') \rangle$$

wenn $\langle I \rangle = \langle \hat{e}^{(-)} \hat{e}^{(+)} \rangle$

Einführung von normierten zeitlichen Korrelationsfunktionen mit $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$ (für einmodiges Feld)

- $$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^+(t)\,\hat{a}(t+\tau)\rangle}{\sqrt{\langle \hat{a}^+\hat{a}\rangle}\,\sqrt{\langle \hat{a}^+(t+\tau)\,\hat{a}(t+\tau)\rangle}} = \frac{\langle \hat{a}^+(t)\,\hat{a}(t+\tau)\rangle}{\langle \hat{a}^+\hat{a}\rangle}$$

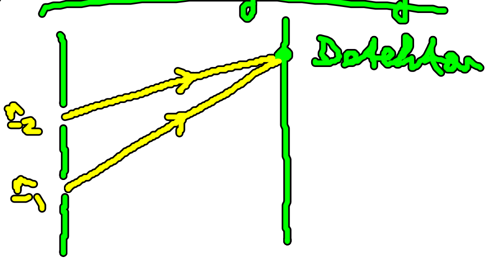
(zeitl.) Kohärenz 1. Ordnung

- $$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^+(t)\,\hat{a}^+(t+\tau)\,\hat{a}(t+\tau)\,\hat{a}(t)\rangle}{\langle \hat{a}^+\hat{a}\rangle^2}$$

(zeitl.) Kohärenz 2. Ordnung

4.5.3 Bedeutung von $g^{(1)}$ und $g^{(2)}$

a) Bedeutung von $g^{(1)}$, z.B. Doppelspaltexperiment (Young)



$$E^{(+)}(r,t) = c_1 E^{(+)}(r_1, t-t_1) + c_2 E^{(+)}(r_2, t-t_2)$$

$$\tau := t_1 - t_2$$

gemessene Intensität $\langle I(r,t)\rangle = \mathrm{tr}\left(\rho\, \hat{E}^{(-)}(r,t)\, \hat{E}^{(+)}(r,t)\right)$

$$= |c_1|^2\, \mathrm{tr}\left(\rho E^{(-)}(r_1,t-t_1) E^{(+)}(r_1,t-t_1)\right) + |c_2|^2\, \mathrm{tr}\left(\rho E^{(-)}(r_2,t-t_2) E^{(+)}(r_2,t-t_2)\right)$$
$$+ 2\,\mathrm{Re}\left[c_1^* c_2\, \mathrm{tr}\left(\rho E^{(-)}(r_1,t-t_1) E^{(+)}(r_2,t-t_2)\right)\right]$$

$$= \underbrace{|c_1|^2 G^{(1)}(r_1,r_1,0)}_{\langle I^{(1)}(r)\rangle} + \underbrace{|c_2|^2 G^{(1)}(r_2,r_2,0)}_{\langle I^{(2)}(r)\rangle} + \underbrace{2\,\mathrm{Re}\left[c_1^* c_2 G^{(1)}(r_1,r_2,\tau)\right]}_{\mathrm{Re}\left[g^{(1)}(r_1,r_2,\tau)\right]\cdot 2\left[\langle I^{(1)}(r)\rangle\langle I^{(2)}(r)\rangle\right]^{1/2}}$$

$$g^{(1)}(r_1,r_2,\tau) := \frac{G^{(1)}(r_1,r_2,\tau)}{\sqrt{G^{(1)}(r_1,r_1,0)\, G^{(1)}(r_2,r_2,0)}}$$

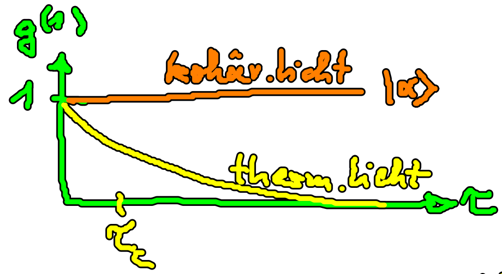
Ref.: Scully & Zubairy: Quantum Optics

$g^{(1)}(\tau)=0 \quad \Rightarrow$ keine Interferenzstreifen (unkorrelierte Lichtquelle)
inkohärentes Licht

$g^{(1)}(\tau)=1 \quad \Rightarrow$ beste Interferenzstreifen (total kohärentes Licht)

z.B.: thermisches Licht: $G^{(1)}(r_1,r_2,\tau)=\mathcal{E}_0^2\, e^{-i\omega_0\tau-\frac{\tau^2}{2\tau_c^2}}$ $\quad \tau\gg\tau_c \longrightarrow 0$

$$g^{(1)}(\tau)=\frac{\langle \hat a^{+}(t)\,a(t+\tau)\rangle}{\langle a^{+}a\rangle}$$



τ_c Kohärenzzeit $\Leftrightarrow$ $1/\tau_c$ spektrale Bandbreite des Lichtes

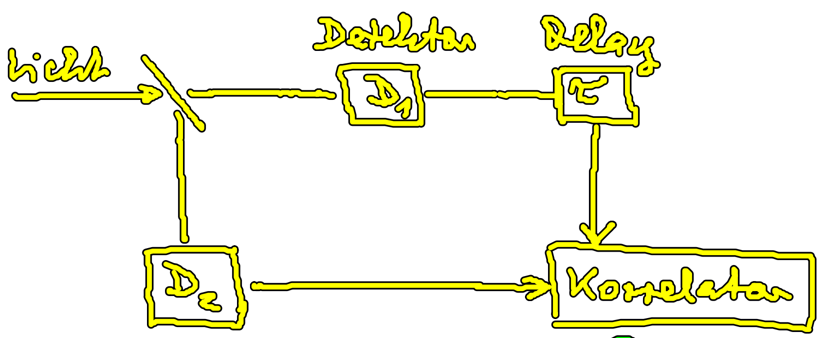
$$S(r,\omega)=\frac{1}{\pi}\mathrm{Re}\int_0^\infty d\tau\, G^{(1)}(r,r,\tau)\,e^{i\omega\tau}$$

Wiener-Khinchin-Theorem $\quad S(r,\omega)=\frac{\mathcal{E}_0^2\tau_c}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2\tau_c^2}{2}}$

(b) Bedeutung von $g^{(2)}$:

- wie kann man Laser von Glühlampe unterscheiden, wenn Intensität + spektrale Breite gleich sind

Hanbury-Brown-Twiss-Experiment $\quad$ 1954 Phil. Mag. 45, 663
1956 Nature 178, 1046



z.B. ebene Welle $\quad \hat E^{(+)}(r_i)=\mathcal{E}_k\left(\hat a_k e^{i k\cdot r_i}+\hat a_{k'}e^{i k'\cdot r_i}\right)$

$$G^{(2)}(r_1,r_2,0)=\langle \hat E^{(-)}(r_1,t)\,\hat E^{(-)}(r_2,t)\,\hat E^{(+)}(r_2,t)\,\hat E^{(+)}(r_1,t)\rangle$$

$$=\langle \mathcal{E}_k^4\,(a_k^+a_k^+a_k a_k + a_{k'}^+a_{k'}^+a_{k'}a_{k'}$$

$$+ a_k^+ a_{k'}^+ a_k a_{k'} \left[1 + e^{-i(\underline{k}-\underline{k}')(r_1 - r_2)}\right]$$

$$+ a_{k'}^+ a_k^+ a_{k'} a_k \left[1 + e^{i(\underline{k}-\underline{k}')(r_1 - r_2)}\right] \Big) \rangle$$

Nebenrechn.:

$$a_k^+ a_k^+ a_k a_k = a_k^+ a_k a_k^+ a_k + a_k^+ a_k$$

$$\langle n^2 \rangle \qquad \langle n \rangle$$

$$G^{(2)}(r_1, r_2, 0) = 2 \mathcal{E}^4 \Big(\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle + \langle n \rangle^2 \underbrace{\left\{ 1 + \cos\left[(\underline{k}-\underline{k}')(r_1 - r_2)\right] \right\}}_{\text{Interferenzterm } \in [0,2]} \Big)$$

$= 2$ für $r_1 = r_2$

- thermisches Licht: $\langle n \rangle = \dfrac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}$

$$\langle n^2 \rangle = 2 \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle$$

- Laserlicht (kohärentes Licht) (Poisson-Verteilung) $\quad \langle n^2 \rangle = \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle$

ohne Interferenzterm

$$\Rightarrow g^{(2)}(0)^{\text{therm}} = 2$$

$$g^{(2)}(0)^{\text{Laser}} = 1$$

$$g^{(2)}(0)^{\text{Fock}\,|n_0\rangle} = 1 - \frac{1}{n_0}$$