

## 2. E(scheidia)-Coli-Bakterien/Salmonellen

⋮

• Modellierung: [vgl. Kap. 4.6c]  
Mobilitätsmatrix Helix:

$$\begin{pmatrix} u \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & D \\ D & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ M \end{pmatrix}$$

↙ Geschw.  
↘ Winkelgeschw.

$$\text{mit } \begin{pmatrix} A & D \\ D & B \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \gamma & C \\ C & \beta \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\gamma\beta - C^2} \begin{pmatrix} \beta & -C \\ -C & \gamma \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

$$\text{Rotationsmotor: } M \neq 0, F = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} u \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ B \end{pmatrix} M \quad (5.8)$$

& Zellkörper

• Effizienz:

$A_0$   
Mobilität des Zellkörpers

$$\epsilon = \frac{\text{dissipierte Leistung Zellkörper}}{\text{„ „ „ „ gesamt}} \approx \frac{A_0^{-1} u^2}{B M^2} \approx 1\%$$

o.B.

... Fortbewegung bei kleinen Re ist sehr ineffizient!

3. Pantoffeltierchen (engl: paramecium):

4. Opalium

Felder von synchron schlagende Zilien  
→ metachronale Wellen!  
Ursprung: hydrodynam. WW. (s. Kap. 6)  
in der Simulation [s. Folie]

← kurze Flagellen,  
gleiches Prinzip  
[s. Folie]

5. Amöben: Fortbewegung durch Anstülpungen (Gestaltsänderung)

6. Afrikan. Trypanosom:

Spindel-Körper mit dorsal angehefteten Flagellum

7. Flüssigkeitstransport: s. Folie


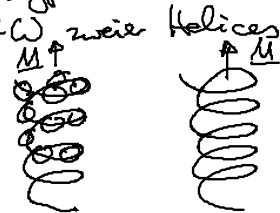
8. Mikrofluidik: s. Folie

## 5.3 Theoretische Studien

- 2 Möglichkeiten:
  - (i) „Lernen von der Natur“ = „top-down“-Zugang  
= Verständnis der physikal. Mechanismen
  - (ii) entwickle neue Mechanismen = „bottom-up“-Zugang  
berücksichtige Grundprinzipien 5.1

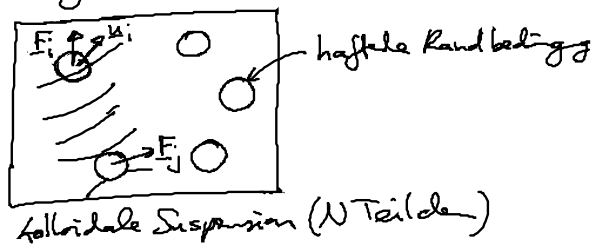
1. linearer Schwimmer: s. Folie
2. Rotator: s. Folie
3. „push me pull you“: s. Folie
4. künstl. Amöbe  
Klasse Riemannscher Abbildungen des Einheitskreises  
→ optimale Schwimmer
5. „Squimmer“: (engl: to squirm = sich drehen und wackeln)  
s. Folie

## 6. Hydrodynamische Wechselwirkungen (HW)

- Motivation:
  - (i) Kollektive Dynamik von Kolloiden: Was über Strömungsfelder  
Bsp: Sedimentation von Teilchen
  - (ii) Polymerdynamik: Kugel-Feder-Modell  

  - (iii) Modellierung komplexer Körper über Teilchencluster  
→ Effekte durch Strömungsfelder  
Bsp: HW zweier Helices  
 → Phasensynchronisation

### 6.1 Einführung

- Problemstellung:



$\rightarrow \underline{u}_i = u_i(F_i, \dots, F_j, \dots)$   $\rightarrow$  kompliziertes Vielteilchenproblem  
 $\rightarrow$  Strömungsfelder an den Teilchen

NB: i.f. nur Translationen, keine äußeren Drehmomente  
 $\hat{=}$  frei rotierende Teilchen

• Stokes-Gln. linear:

$$\Rightarrow \underline{u}_i = \sum_j \underline{\mu}_{ij} F_j \quad (6.1)$$

$$\underline{\mu}_{ij} = \underline{\mu}_{ij}(x_1, \dots, x_i, \dots, x_j, \dots, x_N) \quad (6.2)$$

... Mobilitätstensoren repräsentieren Vielteilchen- $\underline{u}$

(i)  $\underline{\mu}_{ii}$  ... Selbstmobilität isoliertes Teilchen:  $\underline{\mu}_{ii} = \frac{1}{6\pi\eta a} \underline{1}$  (6.3)

[Kugel:  $F_s = 6\pi\eta a v$ ]

(ii)  $\underline{\mu}_{ij}$  ( $i \neq j$ ) ... Kreuz-Mobilitäten

(iii)  $\underline{\mu}_{ij}$  bestimmen Kolloiddynamik vollständig!

• Kurzform:  $\underline{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_N \end{pmatrix}, \underline{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mu_{N1} & \dots & \mu_{NN} \end{pmatrix}$  (6.4)

(6.1)  $\underline{u} = \underline{\mu} F$  (6.5)

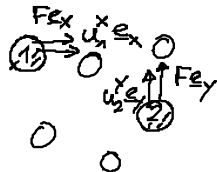
$F = \underline{z} \underline{u}, \underline{z} = \underline{\mu}^{-1}$  ... Reibungsmatrix (6.6)

• Symmetrie: (o.B.)

$$\underline{\mu} = \underline{\mu}^T \iff \mu_{ij}^T = \mu_{ji} \quad (6.7)$$

("Onsager-Relation")

nichttrivial:



$$u_1^x = \mu_{12}^{xy} F = \mu_{21}^{yx} F = u_2^y !!$$

• dissipative Leisb'g:

$$W = \sum_i F_i \cdot u_i \stackrel{(6.4)}{=} F \cdot U$$

$$\rightarrow \boxed{W = F \cdot \underline{\underline{M}} F = U \cdot \underline{\underline{Z}} U} \quad (6.8)$$

$W > 0 \rightarrow \underline{\underline{M}}, \underline{\underline{Z}} \dots$  positiv definit!

## 6.2 „Punktteilchen“

• Grenzfall:  $x_j - x_i = x_{ij}$ ,  $r_{ij} = |x_{ij}| \gg a$  ... Teilchenradius

• Selbstmobilitäten:

$$\boxed{\mu_{ii} = \frac{1}{6\pi\eta a}} \quad (6.9)$$

identische Teilchen!

• Kreuzmobilitäten:  $\mu_{ij}^?$

2 Teilchen mit  $F_2 = 0$

$E_1 \dots$  „Punktkraft“  
→ Stokeslet

$$\underline{\underline{u}}_2 = \underline{\underline{v}}(x_2) = \underline{\underline{O}}(x_2 - x_1) E_1 \quad (6.10)$$

Faxén f.  $|x_{ij}| \gg a !!$

$$\rightarrow \boxed{\mu_{ij} = \underline{\underline{O}}(x_i - x_j)} \quad (6.11)$$

NB:  $\mu_{ij} \sim \frac{1}{r_{ij}} \leftrightarrow$  HW sind weitreichend!

• 2-Teilchen - Mobilitätstensor:

$$\underline{\underline{M}} = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{pmatrix} \text{ positiv definit} \rightarrow r_{12} > \frac{2}{3} a$$

kleiner als  
2-Teilchenabstand