2. E(scherichia)-Coli-Bakterien/Salmonellen

⋮

· Modellierung: [vgl. Kap. 4.6 e)]

Mobilitätsmatrix Helix: Geschw.

$$\begin{pmatrix} u \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & D \\ D & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ M \end{pmatrix}$$

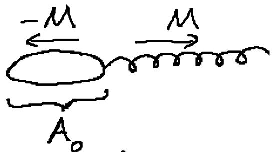
Winkelgeschw.

$$\text{mit } \begin{pmatrix} A & D \\ D & B \end{pmatrix} \overset{(4.46)}{=} \begin{pmatrix} \gamma & C \\ C & \beta \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\gamma\beta - C^2} \begin{pmatrix} \beta & -C \\ -C & \gamma \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

Rotationsmotor: $M \neq 0,\ F = 0 \longrightarrow \begin{pmatrix} u \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} M$ (5.8)

& Zellkörper

· Effizienz:



Mobilität des Zellkörpers

o.B.

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\text{dissipierte Leistung Zellkörper}}{\text{" \quad " \quad gesamt}} \approx \frac{A_0^{-1} u^2}{B M^2} \approx 1\%}$$

... Fortbewegung bei kleinen Re ist sehr ineffizient!

3. Pantoffeltierchen (engl: paramecium):
4. Opalina

Felder von synchron schlagenden Zilien ← kurze Flagellen, gleiches Bauprinzip [s. Folie]

→ metachronale Wellen!

Ursprung: hydrodynam. WW. (s. Kap. 6)

in der Simulation [s. Folie]

5. Amoeben: Fortbewegung durch Ausstülpungen (Gestaltsänderung)
6. Afrikan. Trypanosom:
   Spindel-Körper mit drall angehefteten Flagellum
7. Flüssigkeitstransport: s. Folie
8. Mikrofluidik: s. Folie

5.3 Theoretische Studien

• 2 Möglichkeiten:

(i) „Lerne von der Natur" = „top-down"-Zugang
= Verständnis der physikal. Mechanismen

(ii) entwickle neue Mechanismen = „bottom-up"-Zugang
berücksichtige Grundprinzipien 5.1

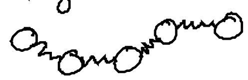
1. linearer Schwimmer: s. Folie
2. Rotator: s. Folie
3. „push me pull you": s. Folie
4. künstl. Amöbe
   Klasse Riemannscher Abbildungen des Einheitskreises
   → optimaler Schwimmer
5. „Squirmer": (engl: to squirm = sich drehen und winden)
   s. Folie

6. Hydrodynamische Wechselwirkungen (HW)

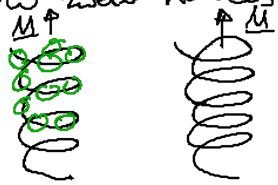
• Motivation:

(i) Kollektive Dynamik von Kolloiden: WW über Strömungsfelder
Bsp: Sedimentation von Teilchen

(ii) Polymerdynamik: Kugel-Feder-Modell



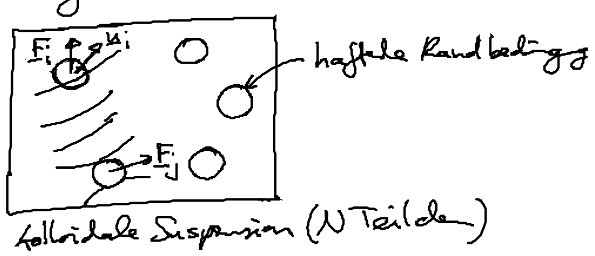
(iii) Modellierung komplexer Körper über Teilchencluster
→ Effekte durch Strömungsfelder
Bsp: HW zweier Helices



→ Phasensynchronisation

6.1 Einführung

• Problemstellung:



kolloidale Suspension (N Teilchen)

$\longrightarrow \quad \underline{u}_i = \underline{u}_i(\underline{F}_i, \ldots \underbrace{\underline{F}_j \ldots}_{\substack{\to \text{ Strömungsfelder} \\ \text{andere Teilchen}}}) \quad \longrightarrow$ kompliziertes Vielteilchen-problem

<u>NB:</u> i.f. <u>nur</u> Translationen, <u>keine</u> äußeren Drehmomente
≙ frei rotierende Teilchen

- Stokes-Gln. linear:

$$\Longrightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} \underline{u}_i &= \sum_j \underline{\underline{\mu}}_{ij}\, \underline{F}_j && (6.1) \\ \underline{\underline{\mu}}_{ij} &= \underline{\underline{\mu}}_{ij}(\underline{x}_1, \ldots, \underline{x}_i, \ldots, \underline{x}_j, \ldots \underline{x}_N) && (6.2) \end{aligned}}$$

... <u>Mobilitätstensoren</u>
repräsentieren Vielteilchen-Ww

(i) $\underline{\underline{\mu}}_{ii}$ ... Selbstmobilitäten
isoliertes Teilchen: $\quad \underline{\underline{\mu}}_{ii} = \frac{1}{6\pi\eta a}\, \underline{\underline{1}} \quad (6.3)$

[Kugel: $\underline{F}_S = 6\pi\eta a\, \underline{v}$]

(ii) $\underline{\underline{\mu}}_{ij}$ $(i \neq j)$ ... „Kreuz"-Mobilitäten

(iii) $\underline{\underline{\mu}}_{ij}$ bestimmen Kolloiddynamik vollständig!

- Kurzform: $\quad \underline{\underline{U}} = \begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \vdots \\ \underline{u}_N \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{F}} = \begin{pmatrix} \underline{F}_1 \\ \vdots \\ \underline{F}_N \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{M}} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{\mu}}_{11} & \underline{\underline{\mu}}_{12} & \cdots \\ \vdots & & \\ \underline{\underline{\mu}}_{N1} & \cdots & \underline{\underline{\mu}}_{NN} \end{pmatrix} \quad (6.4)$

(6.1) $\quad \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{M}}\, \underline{\underline{F}} \quad (6.5)$

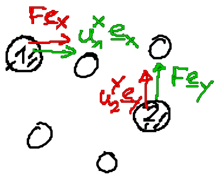
$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{Z}}\, \underline{\underline{U}}, \quad \underline{\underline{Z}} = \underline{\underline{M}}^{-1}$ ... Reibungsmatrix (6.6)

- Symmetrie: (o.B.)

$$\boxed{\underline{\underline{M}} = \underline{\underline{M}}^t \longleftrightarrow \underline{\underline{\mu}}_{ij}^t = \underline{\underline{\mu}}_{ji}} \quad (6.7)$$

(„Onsager-Relation")

nichttrivial:



$$u_1^x = \mu_{12}^{xy} F$$
$$= \mu_{21}^{yx} F = u_2^y \;!!$$

- dissipierte Leistung:

$$\mathcal{W} = \sum_i \underline{F}_i \cdot \underline{u}_i \overset{(6.4)}{=} \underline{F} \cdot \underline{U}$$

$$\longrightarrow \boxed{\mathcal{W} = \underline{F} \cdot \underline{\underline{\mathcal{M}}}\,\underline{F} = \underline{U} \cdot \underline{\underline{Z}}\,\underline{U}} \quad (6.8)$$

$$\mathcal{W} > 0 \longrightarrow \underline{\underline{\mathcal{M}}}, \underline{\underline{Z}} \text{ ... positiv definit!}$$

6.2 „Punktteilchen"

- Grenzfall: $\underline{x}_j - \underline{x}_i = \underline{x}_{ij}$, $\quad r_{ij} = |\underline{x}_{ij}| \gg a$ ... Teilchenradius

- Selbstmobilitäten:

$$\boxed{\underline{\underline{\mu}}_{ii} = \frac{1}{6\pi\eta a}\,\underline{\underline{1}}} \quad (6.9)$$

identische Teilchen!

- Kreuzmobilitäten: $\underline{\underline{\mu}}_{ij}$?

2 Teilchen mit $\underline{F}_2 = 0$
$\underline{F}_1$ ... „Punktkraft"
$\to$ Stokeslet

$$\underbrace{\underline{u}_2 = \underline{v}(\underline{x}_2)} = \underline{\underline{O}}(\underline{x}_2 - \underline{x}_1)\,\underline{F}_1 \quad (6.10)$$

Faxén für $|\underline{x}_{ij}| \gg a$!!

$$\longrightarrow \boxed{\underline{\underline{\mu}}_{ij} = \underline{\underline{O}}(\underline{x}_i - \underline{x}_j)} \quad (6.11)$$

__NB:__ $\underline{\underline{\mu}}_{ij} \sim \frac{1}{r_{ij}} \longleftrightarrow$ HW sind weitreichend!

- 2-Teilchen-Mobilitätstensor:

$$\underline{\underline{\mathcal{M}}} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{\mu}}_{11} & \underline{\underline{\mu}}_{12} \\ \underline{\underline{\mu}}_{21} & \underline{\underline{\mu}}_{22} \end{pmatrix} \text{ positiv definit} \longrightarrow r_{12} > \underbrace{\tfrac{3}{2}a}_{\substack{\text{kleiner als} \\ \text{2-Teilchenabstand}}}$$